

非対称核物質におけるリング型相関の効果  
および古典的分子動力学に基づいた  
原子核-核子散乱シミュレーション

1998年3月

佐賀大学大学院工学系研究科

エネルギー物質科学専攻

野田 信雄



## 目 次

0 はじめに	6
I 非対称核物質におけるリング型相関の効果	7
1 序章	7
2 Formulation	14
2.1 Introduction	14
2.2 Lagrangian density	15
2.3 計算アルゴリズム	25
2.4 核子の伝播関数	28
2.5 核子の自己エネルギー	33
2.5.1 核子の自己エネルギーの一般式	33
2.5.2 核子の自己エネルギーの Density part	34
2.5.3 Hartree term	35
2.5.4 SD term	36
2.6 中間子の伝播関数	37
2.6.1 中間子の伝播関数の一般式	37
2.7 自由粒子の時の中間子 (HF) の伝播関数	40
2.8 媒質効果を取り入れた中間子 (NSD) の伝播関数	41
2.8.1 $\sigma\omega$ 混合なし	41
2.8.2 $\sigma\omega$ 混合あり	42
2.9 中間子の自己エネルギー	46



2.9.1	中間子の自己エネルギーの一般式 . . . . .	46
2.9.2	ベクター中間子の自己エネルギーの成分分解 . . . . .	48
2.9.3	中間子の自己エネルギーの分類 . . . . .	49
2.9.4	中間子の自己エネルギーの実部 . . . . .	53
2.9.5	中間子の自己エネルギーの虚部 . . . . .	54
2.9.6	中間子の自己エネルギーの発散部 . . . . .	56
2.10	エネルギー密度 . . . . .	59
2.10.1	エネルギー密度の一般式 . . . . .	59
2.11	Energy Density の Density part . . . . .	63
2.11.1	Baryon term . . . . .	63
2.11.2	Hartree term . . . . .	64
2.11.3	SD term . . . . .	65
2.12	まとめ . . . . .	66
3	数値計算 . . . . .	68
3.1	数値計算 . . . . .	68
3.2	結論 . . . . .	87
II	古典的分子動力学に基づいた原子核-核子散乱シミュレーション	88
4	Introduction . . . . .	88
5	計算方法 . . . . .	90
5.1	計算結果 . . . . .	93
5.2	結論 . . . . .	99



6	まとめ	100
A	付録	108
A.1	表記法	108
A.2	中間子の種類	111
B	Nucleon Selfenergy	113
B.1	核子の自己エネルギーの一般式	113
B.1.1	核子の自己エネルギーの一般式	113
B.1.2	古典場 (Hartree term) の $\text{Tr}[\Gamma G]$ の計算	116
B.1.3	$\Gamma G \Gamma D$ の計算. その 1	117
B.1.4	$\Gamma G \Gamma D$ の計算. その 2	121
B.2	Density part	123
B.2.1	核子の自己エネルギーの Density part	123
B.2.2	Hartree term	123
B.2.3	Fock term	124
B.3	Vacuum part	127
B.3.1	核子の自己エネルギーの Vacuum part	127
C	Meson Selfenergy	129
C.1	中間子の自己エネルギーの一般式	129
C.1.1	中間子の自己エネルギーの一般式	129
C.1.2	$\text{Tr}[\ ]$ の計算. その 1	132
C.1.3	$\text{Tr}[\ ]$ の計算. その 2	140
C.2	Real part	150



C.2.1	Real part の計算 . . . . .	150
C.2.2	$\chi$ 積分前の式 . . . . .	151
C.2.3	$\chi$ 積分後の式 . . . . .	155
C.2.4	$u$ 積分を行うには . . . . .	157
C.3	Imaginary part . . . . .	159
C.3.1	Imaginary part の計算 . . . . .	159
C.3.2	積分前の式 . . . . .	161
C.3.3	積分後の式 . . . . .	161
C.4	Feynman part . . . . .	162
C.4.1	vacuum part の発散処理の処方 . . . . .	162
C.4.2	Renormalization . . . . .	163
C.4.3	Form Factor . . . . .	168
C.5	核物質中の中間子の有効質量 . . . . .	168
C.6	核力の計算 . . . . .	170
C.6.1	湯川型 Potential . . . . .	170
C.6.2	NSD での核力 . . . . .	173



## 0 はじめに

この論文は二部構成となっており、第一部では零密度系の Schwinger-Dyson(SD) 方程式を原子核の有限密度系に SD 方程式を適用した Nuclear Schwinger- Dyson(NSD) 方程式を用いて核物質の飽和特性や物理量を評価する。従来の研究では陽子密度と中性子密度が等しい対称核物質のみを対象としていたが、この研究では陽子密度と中性子密度が異なる非対称核物質での物理量の評価をする。NSD 方程式はリング型相関の高次項を取り込んでい  
るが、NSD の近似として Hartree Fock(HF) 近似や平均場近似があるので HF 近似と比較することでその効果を調べることができる。また HF と平均場を比較することで交換相互作用型の相関の効果も分かるので、交換相互作用型相関とリング型相関がそれぞれ対称核物質、非対称核物質にどのような効果を与えるかを調べることを目的としている。

本論の第二部では Classical Molecular Dynamics(CMD) の原子核への適用について研究する。従来の原子核反応理論では最近の高エネルギー散乱の実験のデータを説明できなくなっている。この問題を解決するために反応を時間に沿って動力的に扱う新しいモデルが必要になってきた。CMD は古典力学をベースに核子-核子間の有効相互作用を動力的に解き時間発展させる手法である。原子核-核子散乱の古典的な動力学が高エネルギー領域でどのくらい有効かを調べることを目的としている。



## Part I

# 非対称核物質におけるリング型相関の効果

## 1 序章

歴史的発展 1897 年に Thomson が放電管の中で自由粒子のビームとして電子を生成し、原子の構成要素として認識された。その後、電子は Millikan により 1910 年にその電荷や質量が測定された。原子核については、Rutherford 等の散乱実験からそれまで原子には一様に核子が分布していると思われていた考えを打ち消し、原子の中心部に局在した高密度の”何か”が有ることを見いだした。更に Rutherford や Chadwick によって原子核の構成粒子である陽子や中性子が発見され、その電荷や質量などの物理量が量られてきた。この原子核の構成粒子である陽子と中性子の質量の和と原子核の質量が一致せず、その質量の差が生じることが分かった。これを原子核の質量欠損と呼ぶが、この原因は主として核子-核子間の結合エネルギーに起因するものである。核子-核子間の結合エネルギーを原子核の束縛エネルギーと呼び、強い相互作用により束縛された系の研究において重要な物理量である。

原子核の束縛エネルギー 原子核の質量を陽子と中性子の質量で表す有名な公式に Weizsäcker の質量公式があり現象論的に決められたパラメータで原子核の束縛エネルギーを良く表している。

$$\begin{aligned} M(A, Z) &= NM_n + ZM_p - a_v A + a_s A^{2/3} \\ &\quad + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N - Z)^2}{4A}, \\ N &= A - Z \end{aligned} \tag{1}$$



$a_v$ は体積項、 $a_s$ は表面項、 $a_a$ は非対称項、 $a_c$ はクーロン項である。体積項は原子核の中心付近を表しているパラメータで結合エネルギーの主要な部分を占めるものである。原子核はその飽和特性のため、どの原子でも中心付近の核子密度はだいたい  $0.17[\text{fm}^{-3}]$  で一定である。これは原子核の平均密度が  $0.13[\text{fm}^{-3}]$  であるのと比べると中心部が高密度であることが分かる。それに対して表面項は核子密度が薄い外側の効果を表している。非対称項は陽子と中性子の数の差に影響する効果である。軽い原子では大きくはないが、重い原子になると大きくなる。クーロン項は陽子の電氣的斥力を表している。

**非相対論的原子核理論** 質量公式は原子の結合エネルギーを良く記述しているが構造については何も語らない。1935年に湯川によって中間子の存在が予言され、核力の担い手としての役割を持つ中間子が認められ核子-核子間のポテンシャルを湯川型ポテンシャルで記述された。一方、原子核を一樣な物質として集団運動を取り上げる液滴模型と一体場の中の独立粒子の運動を取り上げる殻模型の研究がなされた。1950年代に A.Bohr と Mottelson による一体場と集団運動の統一モデルが提唱され今日に至っている。これらの非相対的原子核理論では核力そのものを現象論的に決め、中間子を導入して解くことはしなかった。

**相対論的效果の有効性** 従来の原子核理論では非相対論的な枠組みで原子核を記述する試みがなされてきた。原子核を相対論的に扱う必要がないとする理由に、原子核を構成する粒子である核子の質量が  $939\text{MeV}$  に対し、一核子当たりの束縛エネルギーが高々  $-8\text{MeV}$  程度しかなく、核子間の相互作用には相対論を使う必要はないと信じられてきた。また、原子核中の核子の速度を非相対論的に求めてみると光速の  $1/3$  程度でしかなく物理量に対する動力学的な相対論的補正も  $10\%$  程度と小さいためであった。



1970年代に入り Walecka ら [1],[2] が原子核を核子と中間子からなる相対論的多体系として扱うことを考え、原子核に対する一体場を求めることを試み、 $\sigma-\omega$ モデルで平均場近似を用いて核物質における一体場の強さを求めた。これは非相対論で成功を修めていた Hartree 近似（平均場近似）による一体場と比較して相対論の有効性を実証するためでもあった。その結果、 $\sigma$ 中間子交換による一体場の強さは $-430\text{MeV}$ 程度、 $\omega$ 中間子交換による一体場の強さは $+350\text{MeV}$ 程度という大きさであり、その和は非相対論で求められた核子間相互作用による一体場の強さの $-50\text{MeV}$ 程度と同程度であった。しかしながら、 $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子の作るそれぞれの平均ポテンシャルは非相対論の $-50\text{MeV}$ より一桁大きい。この事実からもはや相対論的効果が非相対論的記述に対する補正として扱えるものではなく、原子核の描像を正しく記述するには相対論的多体系として記述しなければならないことを強く示唆している。

核物質 原子核の電子散乱による実験結果から核内の陽子密度分布を知ることができる。その密度分布はどの原子核の中心部でもほぼ一定であり、重い原子核になるほど密度が一定の領域が増える傾向にある。この密度が一定である領域の束縛エネルギーは Weizsäcker の質量公式では体積項として表されているが、体積項による結合エネルギーはどの原子核でも一核子当たり約 $-15.8[\text{MeV}]$ で一定である。また体積項は核子数に比例しているが表面項は核子数の3分の2乗に比例している。そのため、炭素や酸素などの比較的軽い原子核では体積項からの寄与に対する表面項からの寄与の割合が大きい、鉛等の重い原子核では体積項からの寄与が相対的に大きくなることが分かる。原子核の構造を研究する上で体積項の効果は特に重要なテーマである。そこでこの体積項のみを研究するためにある理想的な原子核のモデルを設定する。それは原子核の体積が無限に大きく、核子密度分布が一定でかつ一定であるというモデルである。また、陽子密度と中性子密度の比が等しく、クー



ロンエネルギーからの寄与はその結合定数の大きさが核力のそれに対して圧倒的に小さいので無視する。これらの条件を課すことで束縛エネルギーは体積項のみとなり、このモデルを対称核物質と称する。

**非対称核物質** 現実にある重い原子核のほとんどが中性子が多い方に片寄っており、陽子密度と中性子密度が等しくない。例えば、鉛<sup>208</sup>Pb は安定核であるが陽子数 82、中性子数 126 で中性子の方が約 5 割ほど多く、非対称度  $(N - Z)/A$  も 0.2 を越える程度になる。これほど非対称になるその原因は陽子が持つクーロンエネルギーにある。陽子数増加と共にクーロンエネルギーによる電氣的斥力が増大するが、原子核の安定性のためには望ましくはない。この電氣的斥力を減少させるためには陽子数を減らすことができれば良い。つまり、中性子だけで原子核を構成すればクーロン力による斥力はなくなる。しかし、陽子と中性子はその個数が等しい時に束縛エネルギーが最も大きくなるような力が働いているために電氣的に中性な中性子物質の存在は通常密度では許されない。そのため、クーロン力による斥力とペアリングによる引力の二つの力の釣合で陽子密度と中性子密度の比が決定される。陽子密度と中性子密度が異なる核物質を非対称核物質と呼ぶ。非対称核物質の研究は特に中性子星の研究で重要である。

**平均場以上の相関** 相対論的原子核理論の最も基本的な平均場近似は媒質効果を核子に対してのみ取り入れ、中間子に対する媒質効果は考慮されなかった。1980 年代には Horowitz と Serot により Hartree Fock 近似が提唱された [3],[4], [5]。HF は平均場近似を越える次の相関として中間子の交換相互作用型相関を取り入れたモデルであり、これを用いて核物質の飽和特性の研究がなされた。交換相互作用型相関の核物質の飽和特性に対する寄与は決して小さくなくその重要性が示されることとなった。だが HF でも平均場近似同様に中間子に対しては媒質効果を考えてはいなかった。また HF 以上の高次相関の重要性が多くの



研究で指摘されている [6], [7]。原子核における多体相関として梯子型相関とリング型相関があるが、前者は非相対論的原子核理論で核力を記述する方法として確立している。また相対論的原子核理論では Relativistic Brückner Hartree-Fock 理論 (RBHF) が Bonn ポテンシャルを用いて核物質の束縛エネルギーの実験値をほぼ再現し成功を修めている [8], [9]。一方、後者のリング型相関は中間子の原子核内における有効質量を評価する方法として用いられている。核物質内ではリング型相関の効果は重要であることが明らかになっている [10]。すなわち中間子に対する媒質効果の影響が核子に対する媒質効果にも反映され、互いに強く影響を及ぼしている。そのため原子核内の中間子にも媒質効果を考えて飽和特性を論じる必要がある。多大な成功を修めた RBHF でも中間子を自由粒子として扱い中間子に対する媒質効果の考慮は不十分であった。Nuclear Schwinger-Dyson formalism では HF 近似の補正として Fock 項に中間子の媒質効果を考慮したリング型相関の中間子の自己エネルギーを含んでいる。そのため核子と中間子を全く対等に扱うことができる理論である [11],[12]。

**リング型相関の高次ダイアグラム** 平均場近似の Hartree 項と HF での Fock 項は摂動論的には最低次の項である。NSD では Fock 項に高次相関としてリング型相関を取り込む事ができる formalism になっている。NSD で取り込めるダイアグラムを摂動的に図示すると図 1 のようになる。更にこの理論の利点は結節点関数に通常は裸近似を使うが、結節点コレクション (図 2) を行うことで図 3 のような梯子型相関も含むことも可能である。

この論文の第一部では NSD 方程式を核物質に適用し、その飽和特性や物理量を平均場近似や HF 近似と比較することで、リング型相関の高次項の効果を明らかにする事を目的としている。



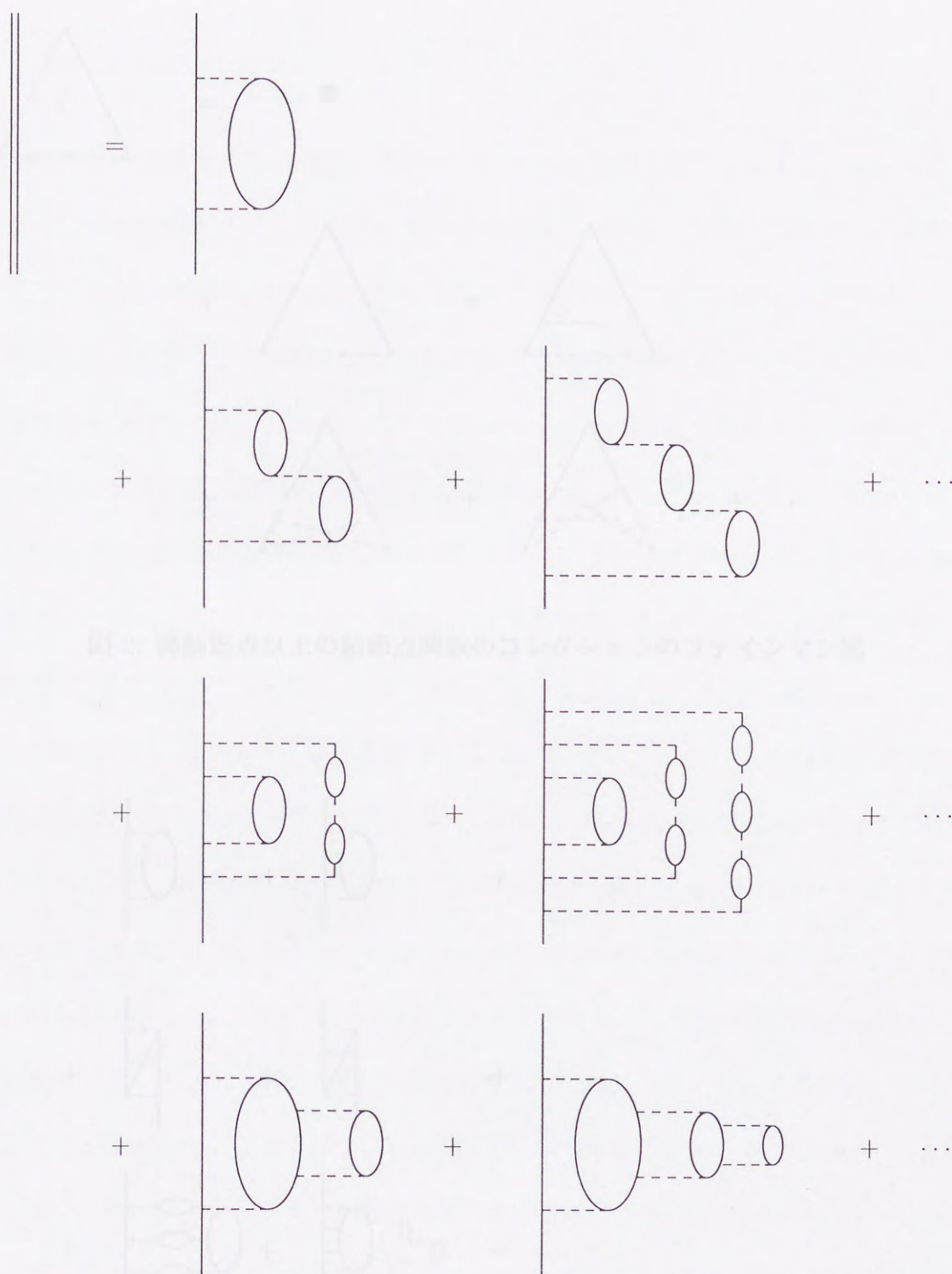


図 1: NSD で取り込むリング型相関の高次項。二重線は核子の exact な伝播関数、実線は核子の自由粒子状態の伝播関数、破線は中間子の自由粒子の伝播関数を表す。



## 2 Formulation

### 2.1 Introduction

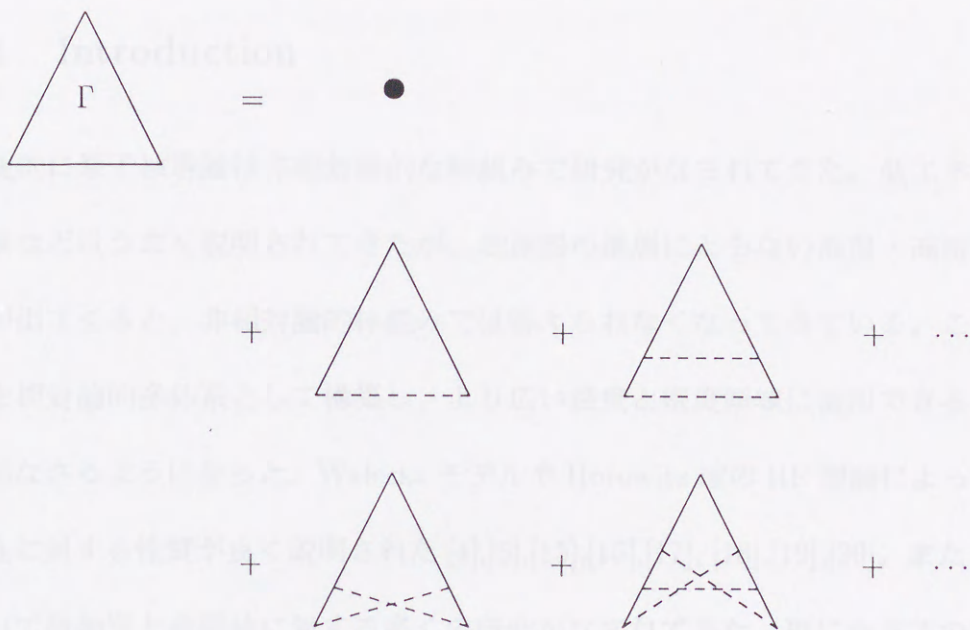


図 2: 裸結節点以上の結節点関数のコレクションのファインマン図

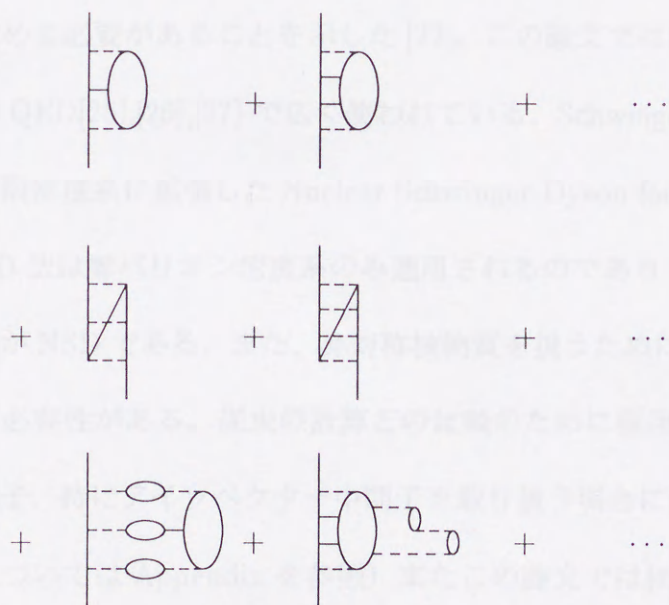


図 3: 図 2 の結節点関数コレクションを入れる事で図 1 に加え新たに取り込む事ができる梯子型相関およびリング型相関と梯子型相関の混合ダイアグラム



## 2 Formulation

### 2.1 Introduction

伝統的に原子核理論は非相対論的な枠組みで研究がなされてきた。低エネルギーでの散乱実験などはうまく説明されてきたが、加速器の進展にともない高温・高密度での実験データが出てくると、非相対論的枠組みでは答えられなくなってきている。これに対して原子核を相対論的多体系として構築し、より広い温度と密度領域に適用できるような理論的試みがなさるようになった。Walecka モデルや Horowitz 達の HF 理論によって核物質の飽和特性に対する性質が良く説明された [4],[5],[15],[16],[17], [18],[19],[20]。また、RBHF 理論を用いて核物質と有限核に対する多くの研究がなされてきた。更に今までの近似を越える相関として摂動的に 2 ループを計算する試みがなされたが、少なくとも 2 ループまでのループ展開では十分に収束しないことを示す結果となった [21]。また Celenza 達によって  $\sigma$  中間子と  $\omega$  中間子の自己エネルギーが摂動展開では扱えないほどに大きく、非摂動的な手法で高次項を求める必要があることを示した [22]。この論文では素粒子分野の QCD[23], [24] や強結合系の QED[25],[26],[27] で広く使われている、Schwinger-Dyson formalism[28],[29] に原子核の有限密度系に拡張した Nuclear Schwinger-Dyson formalism(NSD) を用いる。素粒子物理の SD 法は零バリオン密度系のみ適用されるのであり、これを有限密度系に発展・拡張した理論が NSD である。また、非対称核物質を扱うためには核子を陽子と中性子とに区別しておく必要がある。従来の計算との比較のために採用するモデルは  $\sigma - \omega$  モデルだが、他の中間子、特にアイソベクター中間子を取り扱う場合に注意すべきことも述べる。(他の中間子については Appendix を参照) またこの論文では核子の自己エネルギーに真空偏極を含まない。真空偏極、即ち真空からの揺らぎの寄与 [30],[31], [32] は全密度領域でゴースト・ポールの発生という大変やっかいな問題を引き起こす [33]。零密度での高エネルギー、



運動量移行を減少させる結節点補正を取り入れることでゴースト・ポールが消えることが示されているが[34],[35]、有限密度系での結節点の補正は非常に困難である。また結節点に形状因子を考えることで真空からの揺らぎの寄与は小さくなると指摘されている[36]。ここでは核物質内の核子と中間子の媒質効果を密度依存部を通して評価し、非対称核物質におけるリング型高次相関や交換相互作用型相関の役割を研究することを目的としている。この第二章で NSD formalism の導出及び核子と中間子の伝播関数や自己エネルギーの定式化、エネルギー密度の定式化を行う。第三章でリング型相関の効果について MFT や HF と比較しながら議論する。

## 2.2 Lagrangian density

ラグランジアン密度としてローレンツ・スカラーである $\sigma$ 中間子とローレンツ・ベクターである $\omega$ 中間子からなる Walecka モデルを使う。このモデルは核子と中間子でつくられる場のモデルとしては2種類の間中子だけで原子核の飽和特性を記述でき、繰り込みが可能なモデルである。

$\sigma$ - $\omega$  モデルのラグランジアン密度

$$L = L_0 + L_{INT} + L_c \quad (2.1)$$

$$L_0 = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + M)\psi - \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi^\sigma \partial_\mu \varphi^\sigma + m_\sigma^2 \varphi^{\sigma^2}) - \left(\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\omega F_{\mu\nu}^\omega + \frac{1}{2}m_\omega^2 \varphi_\mu^\omega \varphi_\mu^\omega\right) \quad (2.2)$$

$$L_{INT} = g_\sigma \bar{\psi} \varphi^\sigma \psi + i g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \varphi_\mu^\omega \psi \quad (2.3)$$



ここで、 $\psi$ は核子の場の演算子、 $\varphi^\sigma, \varphi_\mu^\omega$ は $\sigma$ 中間子、 $\omega$ 中間子にたいする場の演算子である。 $M$ は核子の質量、 $m_\sigma, m_\omega$ は $\sigma$ 中間子、 $\omega$ 中間子の質量であり、実験値を用いる。 $g_\sigma, g_\omega$ は $\sigma$ 中間子と核子、 $\omega$ 中間子と核子との間の相互作用の強さを表す結合定数である。 $\omega$ 中間子の場の強さを  $F_{\mu\nu}^\omega = \partial_\mu \varphi_\nu^\omega - \partial_\nu \varphi_\mu^\omega$ 、反核子の場の演算子を  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_4$  と定義している。

$L_0$ は核子と中間子の運動エネルギーと質量エネルギーを表している。また  $L_{INT}$ は核子と中間子の相互作用の項である。 $L_c$ は繰り込みを行う際に導入するカウンター項である。notation については文献 [37] と同じである。(本文中で用いられる表記法については詳しくは Appendix を参照の事。)

ラグランジアン密度をオイラー・ラグランジアン方程式を使って、核子や中間子の運動方程式に書き直す。

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\psi}} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi^\sigma} - \partial_\mu \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \varphi^\sigma)} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi_\lambda^\omega} - \partial_\mu \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \varphi_\lambda^\omega)} = 0 \quad (3.3)$$

これより次式が得られる。

$$-(\gamma_\mu \partial_\mu + M)\psi + g_\sigma \varphi^\sigma \psi + i g_\omega \gamma_\mu \varphi_\mu^\omega \psi = 0 \quad (4.1)$$

$$-\partial_\mu \partial_\mu \varphi^\sigma + m_\sigma^2 \varphi^\sigma - g_\sigma \bar{\psi} \psi = 0 \quad (4.2)$$

$$-\partial_\mu \partial_\mu \varphi_\mu^\omega + m_\omega^2 \varphi_\mu^\omega + \partial_\nu \partial_\mu \varphi_\mu^\omega - i g_\omega \bar{\psi} \psi = 0 \quad (4.3)$$



原子核のような高密度物質では中間子凝縮が起こっている事が一般に知られている。そのために通常の場合の量子論が使えないので凝縮した中間子の場を分離させて古典場として扱う事にする。。この場合、 $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子の第4成分が凝縮しているのでそれぞれの中間子の場を

$$\varphi^\sigma \rightarrow \varphi^\sigma + \varphi_c^\sigma \quad (5.1)$$

$$\varphi_4^\omega \rightarrow \varphi_4^\omega + \varphi_c^\omega \quad (5.2)$$

とする。そして中間子の運動方程式の真空期待値をとることで次の式が成り立つ。

$$\varphi_c^\sigma = \langle \bar{\psi} \psi \rangle \quad (6.1)$$

$$\varphi_c^\omega = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \langle \bar{\psi} \gamma_4 \psi \rangle \quad (6.2)$$

これらは、スカラー密度とバリオン密度と呼ばれていて原子核内部では0ではなくある期待値を持つ。ただし、ここで言う真空とは核物質の基底状態を指しているのもであって、素粒子物理等という普通の意味での真空とは違い、あるフェルミ運動量まで核子が詰まった状態を意味している。このようにして中間子の場を凝縮場と量子場とに分離してラグランジアン密度を書き直すと次式のようなになる。

$$L = -\bar{\psi}[\gamma_\mu \partial_\mu + g_\omega \gamma_4 \varphi_c^\omega + (M - g_\sigma \varphi_c^\sigma)]\psi \\ - \frac{1}{2}[\partial_\mu \varphi^\sigma \partial_\mu \varphi^\sigma + (m_\sigma)^2 (\varphi^\sigma)^2] - [\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} (m_\omega)^2 \varphi_\mu^\omega \varphi_\mu^\omega]$$



$$\begin{aligned}
& +g_{\sigma}[\bar{\psi}\psi - \langle \bar{\psi}\psi \rangle]\varphi^{\sigma} + ig_{\omega}[\bar{\psi}\gamma_{\mu}\varphi_{\mu}^{\omega}\psi - \langle \bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi \rangle \varphi_{\mu}^{\omega}] \\
& -\frac{1}{2}(m_{\sigma})^2(\varphi_{\sigma}^{\sigma})^2 + \frac{1}{2}(m_{\omega})^2(\varphi_{\sigma}^{\omega})^2
\end{aligned} \tag{7}$$

こうして定義し直された新しい場は真空期待値を持たない。以下ではこのラグランジアン密度を用いて議論を進めていくことにする。

核子に対する伝播関数と中間子に対する伝播関数を定義する。

運動方程式を連立させて各々の場について解くことができれば、全ての物理量を計算することができる。しかし、それぞれの場が単なる数ではなく演算子であるために、これらの方程式を解くことはほとんど不可能である。そこで場の演算子そのものを解かずに、次の式で定義されるグリーン関数（伝播関数）に対する方程式を求め、それを解くことを考える。

$$G_{\mu\nu}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\psi_{\mu}(x') \bar{\psi}_{\nu}^{\dagger}(x)] | 0 \rangle \tag{8.1}$$

$$D^{\sigma}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\varphi^{\sigma}(x') \varphi^{\sigma\dagger}(x)] | 0 \rangle \tag{8.2}$$

$$D_{\mu\nu}^{\omega}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\varphi_{\mu}^{\omega}(x') \varphi_{\nu}^{\omega\dagger}(x)] | 0 \rangle \tag{8.3}$$

この核子と $\sigma$ 、 $\omega$ 中間子のグリーン関数の中で使われている場の演算子はラグランジアン密度の中で使われた場の演算子であり、Heisenberg 表示のものである。これらのグリーン関数を相互作用表示で表すと、自由な場の演算子を使って次のように書き直すことができる。

$$G_{\mu\nu}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\psi_{\mu}(x') \bar{\psi}_{\nu}(x) \hat{S}] | 0 \rangle / \langle 0 | \hat{S} | 0 \rangle \tag{9.1}$$

$$D^{\sigma}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\varphi^{\sigma}(x') \varphi^{\sigma}(x) \hat{S}] | 0 \rangle / \langle 0 | \hat{S} | 0 \rangle \tag{9.2}$$



$$D_{\mu\nu}^{\omega}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\varphi_{\mu}^{\omega}(x') \varphi_{\nu}^{\omega}(x) \hat{S}] | 0 \rangle / \langle 0 | \hat{S} | 0 \rangle \quad (9.3)$$

また、核子や $\sigma$ 、 $\omega$ 中間子の相互作用の無い自由な状態を示すグリーン関数は次のように書ける。

$$G_{\mu\nu}^0(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\psi_{\mu}^0(x') \bar{\psi}_{\nu}^0(x)] | 0 \rangle \quad (10.1)$$

$$D^{\sigma 0}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\varphi^{\sigma 0}(x') \varphi^{\sigma 0}(x)] | 0 \rangle \quad (10.2)$$

$$D_{\mu\nu}^{\omega 0}(x', x) = (-i) \langle 0 | T[\varphi_{\mu}^{\omega 0}(x') \varphi_{\nu}^{\omega 0}(x)] | 0 \rangle \quad (10.3)$$

ここで、"T"は時間順序積を表す。基底状態 $|0\rangle$ は、核子の基底状態 $|0\rangle_F$ とボソンの基底状態 $|0\rangle_B$ の直積からなる。また核子の基底状態 $|0\rangle_F$ は Fermi sea まで核子が詰まった状態を表している。演算子 $\hat{S}$ は相互作用表示での S 行列である。

$$\hat{S} = T \int dt \exp[(-i)(-\mathcal{L}_{INT} + J^{\sigma}(\varphi^{\sigma} + \varphi^{\sigma\dagger}) + J_{\alpha}^{\omega}(\varphi_{\alpha}^{\omega} + \varphi_{\alpha}^{\omega\dagger}) + (\eta_{\alpha}\psi_{\alpha} + \psi_{\alpha}\bar{\eta}_{\alpha}))] \quad (11)$$

ここで、 $\hat{S}$ 行列は、"source term",  $J^{\sigma}$ ,  $J^{\omega}$ ,  $\eta$ を含んでいる。S をそれぞれの source term について汎関数微分を行い [38]、 $J^{\sigma}$ ,  $J^{\omega}$ ,  $\eta$ ,  $\hat{\eta}$ について極限をとって一般化された Wick の定理を使ってこれらのグリーン関数に対する Schwinger-Dyson 方程式を求めることができる。

$$G(x, x') = G^0(x, x') + \int^{\infty} dz G^0(x', z)(ig^{\sigma}) \left[ \frac{\delta}{\delta J^{\sigma}(z)} - \Phi^{\sigma}(z) \right] G(z, x)$$



$$+ \int^{\infty} dz G^0(x', z)(-g^{\omega}) \left[ \frac{\delta}{\delta J^{\omega}(z)} - \Phi^{\omega}(z) \right] G(z, x) \quad (12)$$

ここで出てくる $\Phi^{\sigma}$ と $\Phi^{\omega}$ は $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子の古典場を表しており、有限バリオン密度系の特徴である中間子の凝縮場である。それぞれ次のように定義される。

$$\Phi^{\sigma}(x) = (-i) \langle 0 | T[\psi^{\sigma}(x) \hat{S}] | 0 \rangle / \langle 0 | \hat{S} | 0 \rangle \quad (13.1)$$

$$\Phi^{\omega}(x) = (-i) \langle 0 | T[\psi^{\omega}(x) \hat{S}] | 0 \rangle / \langle 0 | \hat{S} | 0 \rangle \quad (13.2)$$

古典場の中間子の4元運動量はゼロであること、核物質が一様・等方性であることに注意して、

$$\Phi^{\sigma} = -\frac{g^{\sigma}}{m_{\sigma}^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr}[G_p(q) + G_n(q)] = -i \frac{g^{\sigma}}{m_{\sigma}^2} (\rho_{s_p} + \rho_{s_n}) \quad (14.1)$$

$$\Phi^{\omega} = -i \frac{g^{\omega}}{m_{\omega}^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_0 G_p(q) + \gamma_0 G_n(q)] = -i \frac{g^{\omega}}{m_{\omega}^2} (\rho_{B_p} + \rho_{B_n}) \quad (14.2)$$

を得る。これは相対論的 Hartree 近似で得られる核子の自己エネルギーである。

次に量子場から導出される部分を求める。

chain rule を用いて汎関数微分を書き直す。

$$\frac{\delta G(z, x)}{\delta J(z)} = \int dy \frac{\delta G(z, x) \delta \Psi(y)}{\delta \Psi(y) \delta J(z)} \quad (15)$$



$J$ による $\Phi$ の汎関数微分を行うと、

$$\frac{\delta\Phi(y)}{\delta J(z)} = (-i)D^\sigma(y, z) - \Phi(y)\Phi(z) \quad (16)$$

中間子の伝播関数の分離により量子部のみが残る。

$$\frac{\delta\Phi(y)}{\delta J(z)} = (-i)D^{\sigma^Q}(y, z) \quad (17)$$

ここで汎関数微分を直接計算することで次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\delta G(z, x)}{\delta J(y)} &= \int du \frac{\delta G(z, u)}{\delta J(y)} \delta(u - x) \\ &= \int dudv \frac{\delta G(z, u)}{\delta J(y)} G^{-1}(u, v) G(v, x) \\ &= \int dudv G(z, u) \frac{\delta G^{-1}(u, v)}{\delta J(y)} G(v, x) \\ &= ig^\sigma \int dudv G(z, u) \Gamma^\sigma(u, y, v) G(v, x) \end{aligned} \quad (18)$$

ただし、 $\Gamma^\sigma$ は vertex を表している。改めて書き直すと、

$$\frac{\delta G(z, x)}{\delta J(z)} = g^\sigma \int dy dudv G(z, u) \Gamma^\sigma(u, y, v) G(v, x) D^{\sigma^Q}(y, z) \quad (19)$$



同様に $\omega$ 中間子に対しても汎関数微分を行うと、

$$\begin{aligned}\frac{\delta G(z, x)}{\delta J_\mu(y)} &= \int dy \frac{\delta G(z, x)}{\delta \Phi_\nu(y)} \frac{\delta \Phi_\nu(y)}{\delta J_\mu(z)} \\ &= ig^\omega \int dy dudv G(z, x) \Gamma_\nu^\omega(u, y, v) G(v, x) D_{\mu\nu}^{\omega Q}(y, z)\end{aligned}\quad (20)$$

こうして $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子に対する厳密な核子の伝播関数を表記することができる。

$$\begin{aligned}G(x, x') &= G^0(x, x') \\ &+ \int dz G^0(x, z) \{ ig^{\sigma^2} \int dy dudv G(z, u) \Gamma^\sigma(u, y, v) G(v, x') D^{\sigma Q}(y, z) \\ &\quad - ig^\sigma \Phi^\sigma(z) G(z, x') \\ &+ (-i)g^{\omega^2} \int dy dudv \gamma_\mu G(z, u) \Gamma_\nu^\omega(u, y, v) G(v, x') D_{\mu\nu}^{\omega Q}(y, z) \\ &\quad + g^\omega \gamma_0 \Phi_0^\omega(z) G(z, x') \} \\ &= G^0(x, x') + \int dz dv G^0(x, z) \Sigma(z, v) G(v, x')\end{aligned}\quad (21)$$

核子の自己エネルギーは古典部と量子部とに分けられる。

$$\begin{aligned}\Sigma(z, v) &= \Sigma^\sigma(z, v) + \Sigma^\omega(z, v) \\ &= \Sigma^{\sigma^C}(z, v) + \Sigma^{\omega^C}(z, v) + \Sigma^{\sigma^Q}(z, v) + \Sigma^{\omega^Q}(z, v)\end{aligned}\quad (22.1)$$



$$\Sigma^{\sigma^C}(z, v) = -g^{\sigma} \Phi^{\sigma}(z) \delta(z - v) \quad (22.2)$$

$$\Sigma^{\omega^C}(z, v) = +g^{\omega} \gamma_0 \Phi^{\omega}(z) \delta(z - v) \quad (22.3)$$

$$\Sigma^{\sigma^Q}(z, v) = +ig^{\sigma^2} \int dy du G(z, u) \Gamma^{\sigma}(u, y, v) D^{\sigma^Q}(y, z) \quad (22.4)$$

$$\Sigma^{\omega^Q}(z, v) = -ig^{\omega^2} \int dy du \gamma_{\mu} G(z, u) \Gamma_{\nu}^{\omega}(u, y, v) D_{\mu\nu}^{\omega^Q}(y, z) \quad (22.5)$$

$\Sigma^{\sigma^C}$  と  $\Sigma^{\omega^C}$  は古典場からくる項で Hartree 項である。 $\Sigma^{\sigma^Q}$  と  $\Sigma^{\omega^Q}$  は中間子の伝播関数が入る量子項である。

中間子の伝播関数に対しても核子の伝播関数に適用した方法で導き出される。

$$D^{\sigma^Q}(x, x') = D^{\sigma_0}(x, x') + \int dy dz D^{\sigma_0}(x, z) \Pi^{\sigma}(z, y) D^{\sigma^Q}(y, x) \quad (23.1)$$

$$D_{\mu\nu}^{\omega^Q}(x, x') = D_{\mu\nu}^{\omega_0}(x, x') + \int dy dz D_{\mu\alpha}^{\omega_0}(x, z) \Pi_{\alpha\beta}^{\omega}(z, y) D_{\beta\nu}^{\omega^Q}(y, x) \quad (23.2)$$

ただし、 $\Pi^{\sigma}(z, y)$  と  $\Pi_{\alpha\beta}^{\omega}(z, y)$  は中間子の自己エネルギーで次のように定義される。

$$\Pi^{\sigma}(z, y) = -ig^{\sigma^2} \int dudv \text{Tr}[G(z, u) \Gamma^{\sigma}(u, y, v) G(v, z)] \quad (24.1)$$

$$\Pi_{\alpha\beta}^{\omega}(z, y) = +ig^{\omega^2} \int dudv \text{Tr}[\gamma_{\alpha} G(z, u) \Gamma_{\beta}^{\omega}(u, y, v) G(v, z)] \quad (24.2)$$

この座標表示からフーリエ変換を行うことで核子と中間子に対する運動量表示の Schwinger-Dyson 方程式を表す。核子、 $\sigma$ 中間子、 $\omega$ 中間子のグリーン関数はそれぞれ、



$$G(k) = G^0(k) + G^0(k)\Sigma(k)G(k) \quad (25.1)$$

$$D^\sigma(k) = D^{\sigma 0}(k) + D^{\sigma 0}(k)\Pi^\sigma(k)D^\sigma(k) \quad (25.2)$$

$$D_{\mu\nu}^\omega(k) = D_{\mu\nu}^{\omega 0}(k) + D_{\mu\nu}^{\omega 0}(k)\Pi_{\lambda\delta}^\omega(k)D_{\delta\nu}^\omega(k) \quad (25.3)$$

ここで自由粒子のグリーン関数  $G^0(k)$ ,  $D^{\sigma 0}(k)$ ,  $D_{\mu\nu}^{\omega 0}$  は

$$G^0(k) = -(\mathbf{i}\gamma_\lambda k_\lambda + M)^{-1} \quad (26.1)$$

$$D^{\sigma 0}(k) = -(k_\lambda^2 + m_\sigma^2)^{-1} \quad (26.2)$$

$$D_{\mu\nu}^{\omega 0} = -(k_\lambda^2 + m_\omega^2)^{-1} \left( \delta_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_\omega^2} \right) \quad (26.3)$$

と表すことができ、これらの式を解くと次のようになる。

$$G(k)^{-1} = G^0(k)^{-1} - \Sigma(k) \quad (27.1)$$

$$D^\sigma(k) = \frac{-1}{k_\mu k_\mu + m_\sigma^2 + \Pi^\sigma(k)} \quad (27.2)$$

$$D_{\mu\nu}^\omega(k) = (1 + D^{\omega 0}\Pi^\omega)^{-1}_{\mu\lambda} D_{\lambda\nu}^{\omega 0} \quad (27.3)$$

このように相互作用の入ったグリーン関数は自己エネルギーを用いて表すことができる。

NSD では核子の自己エネルギーを用いて核子の伝播関数は媒質効果を含む形式で表され

た。同様に中間子の伝播関数も中間子の自己エネルギーを用いて媒質効果を含む形式で表



することができた。一方、核子と中間子の自己エネルギーはそれぞれの伝播関数を用いて表現されているために、これらの方程式を解析的に解くことはほとんど不可能である。しかし、NSD 方程式を自己無頓着的に解くことで、これらのダイアグラムを非摂動的に計算できる。

## 2.3 計算アルゴリズム

初期値として核子の自己エネルギーに MFT の収束値を使う。(MFT そのものの計算は核子の自己エネルギーとして Hartree 項だけで核子の伝播関数と自己無頓着的に解く。) 核子の自己エネルギーが決まると媒質効果を含んだ質量や運動量、エネルギーを定義でき核子の伝播関数を決定することができる。ここから Hartree 項は計算できるが、NSD では媒質効果を表す中間子の自己エネルギーを求める。中間子の自己エネルギーが決まると中間子の伝播関数を求める事ができ、核子の自己エネルギーの SD 項を計算する事ができる。こうして新たに決定した核子の自己エネルギーより新たな核子の伝播関数を計算し、これが十分に収束するまで計算を繰り返し行う。この十分に収束した核子の自己エネルギーを用いて核子のエネルギー密度を求め、束縛エネルギー、非圧縮率、非対称エネルギー等の物理量を求める事ができる。

従来モデルおよび我々のモデルでの違いを簡単に説明をする。MFT は平均場近似のみであり中間子の伝播関数は定数近似を行う。HF では自由粒子状態の中間子の伝播関数を使う Fock 項が MFT に加わる。更に NSD では HF に媒質効果を表すリング型相関の効果加わる。

つまり、NSD の式の中の  $\Pi$  をゼロに置くことで HF が得られ、更に  $D$  をゼロにすると MFT が得られる。



MFT と HF を比較することで交換相互作用の効果を、HF と NSD を比較することでリング型高次相関の効果が分かる。

各モデルの関係は簡単に次のように表すことができる。

MFT = 平均場近似

HF = MFT + 交換相互作用

NSD = HF + リング型相関

図 3. 計算 model

model	$\mathcal{H}$	$\mathcal{O}(N)$	補足
MFT	$\Sigma_{\mu}$	$\mathcal{O}(N)$	平均場近似のみ
HF	$\Sigma_{\mu} + \Sigma_{\mu\nu}$	$\mathcal{O}(N^2)$	交換相互作用
NSD	$\Sigma_{\mu} + \Sigma_{\mu\nu}$	$\mathcal{O}(N^3)$	リング型相関



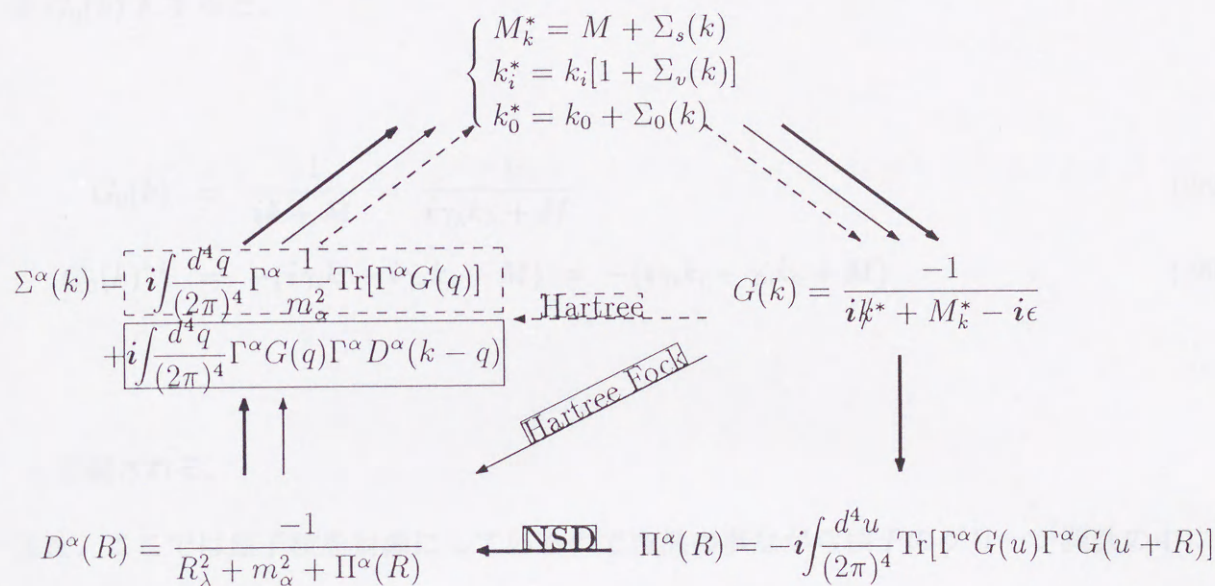


図 4: NSD formalism での計算アルゴリズム

表 1: 計算 model

model	$\Sigma$	$D(\Pi)$	補足
MFT	$\Sigma_H$	$D(0, 0)$	平均場近似のみ
HF	$\Sigma_H + \Sigma_{SD}$	$D_0(R_0, R)$	交換相互作用
NSD	$\Sigma_H + \Sigma_{SD}$	$D(R_0, R)$	リング型相関



## 2.4 核子の伝播関数

この節では核子の伝播関数の分類方法について述べる。自由粒子状態時の核子の伝播関数を  $G_0(k)$  とすると、

$$G_0(k) = \frac{-1}{i\not{k} + M} = \frac{-1}{i\gamma_\lambda k_\lambda + M} \quad (28a)$$

$$G_0(k)^{-1} = -(i\gamma_i k_i + i\gamma_4 k_4 + M) = -(i\gamma_i k_i - \gamma_0 k_0 + M) \quad (28b)$$

と定義される。

また、ここでは原子核を対象にしているので当然の事ながら核子のグリーン関数の中にバリオン密度依存性が現れるが、その依存性は媒質効果を示す核子の自己エネルギー  $\Sigma$  の中に現れる。核物質の並進対称性及び回転対称性より、核子の自己エネルギー  $\Sigma(k)$  を次のように成分ごとに分解する。

$$\begin{aligned} \Sigma(k) &= \Sigma_s(k) + i\gamma_i k_i \Sigma_v(k) + i\gamma_4 \Sigma_4(k) \\ &= \Sigma_s(k) + i\gamma_i k_i \Sigma_v(k) - \gamma_0 \Sigma_0(k) \end{aligned} \quad (29)$$

このように  $\Sigma$  を成分ごとに分けると核子のグリーン関数  $G(k)$  も次のように書き表される。

$$G(k) = G_0(k) + G(k)\Sigma(k)G_0(k) \quad (30.1)$$



$$\begin{aligned}
G(k)^{-1} &= G_0(k)^{-1} - \Sigma(k) \\
&= -[M + i\gamma_i k_i - \gamma_0 k_0] - \Sigma(k) \\
&= -[M + \Sigma_s(k)] - i\gamma_i k_i [1 + \Sigma_v(k)] + \gamma_0 [k_0 + \Sigma_0(k)]
\end{aligned} \tag{30.2}$$

ここで、核子の self energy の効果を組み込んだ”effective な”質量と運動量を次のように定義する。

$$M_k^* \equiv M + \Sigma_s(k) \tag{31.1}$$

$$k_\lambda^* \equiv (k_0^*, \mathbf{k}^*) \tag{31.2}$$

$$\mathbf{k}^* \equiv \mathbf{k} [1 + \Sigma_v(k)] \tag{31.3}$$

$$k_0^* \equiv k_0 + \Sigma_0(k) \tag{31.4}$$

これを用いると核子のグリーン関数  $G$  は

$$\begin{aligned}
G(k)^{-1} &= -i\gamma_i k_i^* + i\gamma_0 k_0^* - M_k^* \\
&= -(i\gamma_\lambda k_\lambda^* + M_k^*)
\end{aligned} \tag{32}$$

となる。したがって、

$$G(k) = \frac{-1}{i\gamma_\lambda k_\lambda^* + M_k^*} = \frac{-1}{i\not{k}^* + M_k^*} \tag{33}$$



と書き表すことができた。

核子の状態を考慮して伝播関数を Particle-Hole-Antiparticle の三つの状態に分けることができ、それぞれを  $G^p$ 、 $G^h$ 、 $G^a$  と表す。

$$G(k) = G^p(k) + G^h(k) + G^a(k) \quad (34.1)$$

$$G^p(k) = + \frac{-i\not{k} + M_k^*}{2E_k^*} \frac{\theta(|\mathbf{k}| - k_F)}{k_0^* - E_k^* + i\varepsilon} \quad (34.2)$$

$$G^h(k) = + \frac{-i\not{k} + M_k^*}{2E_k^*} \frac{\theta(k_F - |\mathbf{k}|)}{k_0^* - E_k^* - i\varepsilon} \quad (34.3)$$

$$G^a(k) = + \frac{-i\not{k} + M_k^*}{2E_k^*} \frac{-1}{k_0^* + E_k^* - i\varepsilon} \quad (34.4)$$

ただし、

$$E_k^* = \sqrt{k^{*2} + M_k^{*2}} \quad (34.5)$$

ここで注意すべきことは particle と hole でのエネルギーは正で  $\not{k} = \gamma_i k_i^* - \gamma_0 k_0^*$  であるが antiparticle ではエネルギーが負であるので  $\not{k} = \gamma_i k_i^* + \gamma_0 k_0^*$  となっている。これより核子のグリーン関数  $G$  を原子核特有の部分 (Density part) と、素粒子物理で使われている形式と同じ部分 (Feynman part) とに分ける。そこで、次式のような留数定理を使うことで、

$$\frac{1}{x \pm i\varepsilon} = \text{P} \left( \frac{1}{x} \right) \mp \pi i \delta(x)$$



$$= \frac{1}{x \mp i\varepsilon} \mp 2\pi i \delta(x) \quad (35)$$

を以下のように留数部分を引き出す。

$$\begin{aligned} G^h(k) &= + \frac{-i\not{k} + M_k^*}{2E_k^*} \frac{\theta(k_F - |\mathbf{k}|)}{k_0^* - E_k^* - i\varepsilon} \\ &= + \frac{-i\not{k} + M_k^*}{2E_k^*} \left[ \frac{\theta(k_F - |\mathbf{k}|)}{k_0^* - E_k^* + i\varepsilon} + 2\pi i \delta(k_0^* - E_k^*) \theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right] \\ &= G^{\bar{h}}(k) + G^D(k) \end{aligned} \quad (36)$$

まとめ直すと、

$$\begin{aligned} G^F(k) &= G^p(k) + G^{\bar{h}}(k) + G^a(k) \\ &= \frac{-i\not{k} + M_k^*}{2E_k^*} \left[ \frac{\theta(|\mathbf{k}| - k_F)}{k_0^* - E_k^* + i\varepsilon} + \frac{\theta(k_F - |\mathbf{k}|)}{k_0^* - E_k^* + i\varepsilon} + \frac{-1}{k_0^* + E_k^* - i\varepsilon} \right] \\ &= \frac{-i\not{k} + M_k^*}{2E_k^*} \frac{-2E_k^*}{k_0^{*2} - E_k^{*2} + i\varepsilon} \\ &= (-i\not{k} + M_k^*) \frac{-1}{k_\lambda^{*2} + M_k^{*2} - i\varepsilon} \end{aligned} \quad (37.1)$$

$$\begin{aligned} G^D(k) &= G^h(k) - G^{\bar{h}}(k) \\ &= (-i\not{k} + M_k^*) \frac{\pi i}{E_k^*} \delta(k_0^* - E_k^*) \theta(k_F - |\mathbf{k}|) \end{aligned} \quad (37.2)$$

$G^D$ の項は原子核での特徴を表すバリオン密度依存性が陽に出ている項であり、素粒子ではこの項は出てくることはない。一方  $G^F$ の項は一見すると普通の Green 関数の形をしていてバリオン密度に関係ないようにも見えるが、ここにも陰に核子の自己エネルギーを通して



バリオン密度依存性がある。PHA 表示から DF 表示に書き直したが、DF 表示を使う利点は何よりも計算が簡略化されることにある。まず、 $G^D$  のエネルギーを示す部分に on-shell 条件であるデルタ関数が入っているのでエネルギー積分が落ちること、PHA 表示は 3 項だが DF 表示では 2 項になる。これは中間子の自己エネルギーやエネルギー密度で  $G \cdot G$  を計算しなくてはいけませんが、DF 表示ではその組み合わせは 4 項だが PHA 表示では倍以上の 9 項になる。核子と中間子が結合したこの複雑な方程式を解いていくには多大なメリットであったが、反面 DF 表示にしたことで困ったことも出てくる。それはアイソスピンを考慮していないことにある。今まで為されてきた研究の中では対称核物質やアイソスカラー中間子モデルを扱っていたので問題にはならなかったが、陽子密度と中性子密度が異なる非対称核物質を問題にする場合、間違った結果を導き出す原因になる。先ほどのように  $G^p$ 、 $G^h$ 、 $G^a$  を分け直して  $G^F$ 、 $G^D$  に簡単に書き換えることができたが、アイソスピンを考慮して核子の伝播関数を書くと PHA 表示で次のように表せる。

$$G_{+1/2}(k) = G_p^p(k) + G_n^h(k) + G_n^a(k) \quad (38.1)$$

$$G_{-1/2}(k) = G_n^p(k) + G_p^h(k) + G_p^a(k) \quad (38.2)$$

PHA 表示ではこの様にアイソスピンに関しても正しく書き表すことができるが DF 表示では互いに混ざりあった形になっている。それ故中間子の自己エネルギーや核子の自己エネルギー、エネルギー密度を DF 表示を使う場合、慎重に手で分けていく必要がある。



## 2.5 核子の自己エネルギー

### 2.5.1 核子の自己エネルギーの一般式

核子の自己エネルギーには Hartree 項 (古典場) と SD 項 (量子場) からなっていた。Hartree 項は中間子の伝播関数の 4 元運動量がゼロで縮退している凝縮場 (平均場) であり外からの運動量に関係なく一定である。また、スカラー中間子の平均場はスカラー密度に関係し核子の自己エネルギーにはスカラー部分、質量項を変える。ベクター中間子の平均場はバリオン密度で表され、核子の自己エネルギーの 0 部分、エネルギーを修正する。擬スカラー中間子は奇パリティのため平均場が存在しない。

Hartree 項の一般式を示す。ここでは  $\sigma$ 、 $\omega$  中間子以外の中間子にも適用できる形で表現している。 $\alpha$  は中間子の種類を示す。

$$\begin{aligned}\Sigma_H^\alpha(k) &= -i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma^\alpha D^\alpha(0,0) \text{Tr}[\Gamma^\alpha G(q)] \\ &= +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma^\alpha \frac{1}{m_\alpha^2} \text{Tr}[\Gamma^\alpha G(q)]\end{aligned}\quad (39)$$

SD 項は量子効果を表している。

$$\Sigma_b^{\alpha^c}(k) = +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma^\alpha G_a(q) \Gamma^\alpha D^{\alpha^c}(k-q)\quad (40)$$

この中の中間子の伝播関数を自由粒子の伝播関数に置き換えると Hartree Fock 理論になる。

リング型ダイアグラムの高次相関を含んだ伝播関数で表すと NSD 理論になる。



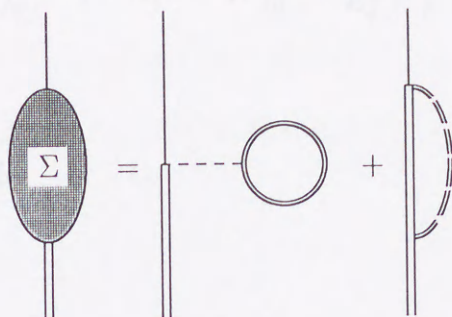


図 5: 核子の Dyson 方程式のダイアグラム

各項を各中間子ごとに書き下す。尚、ここで使われている  $\Sigma$  や  $G$  の右下に付いている  $a$  や  $b$  という指標は陽子か中性子かを表している。 $\sigma - \omega$  モデルでの核子の自己エネルギーを数値計算で使う形まで書き直していく。

### 2.5.2 核子の自己エネルギーの Density part

核子の自己エネルギーを密度依存性があらわになっている密度依存部からの寄与を評価する。飽和特性を満たす通常密度程度の低エネルギーではこの項が支配的である。(核子の自己エネルギーに対する真空偏極の取扱い方については Appendix を参照の事)

$$G^D(q) = (-i\gamma_\lambda q_\lambda^* + M_q^*) \frac{2\pi i}{2E_q^*} \delta(q_0^* - E_q^*) \theta(q_0) \theta(k_F - |q|) \quad (41)$$

核物質の等方性、一様性より

$$\Sigma(k) = i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\pi i}{E_q^*} \delta(q_0^* - E_q^*) \theta(q_0) \theta(k_F - |q|) D(k - q)$$



$$= -\frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^{+\infty} dq_0 \delta(q_0^* - E_q^*) \int_0^{k_F} dq \frac{q^2}{E_q^*} \int_{-1}^{+1} d\chi D(k-q) \quad (42)$$

と書き直すことができる。

### 2.5.3 Hartree term

Hartree term (古典場) の密度依存部は陽子と中性子の二種類の核子からの寄与があり、アイソスカラー中間子ではその和として計算される。

$\sigma$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\sigma(k) = -\frac{1}{\pi^2} \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \left( \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{qa}^*}{E_{qa}^*} + \int_0^{k_{Fb}} dq q^2 \frac{M_{qb}^*}{E_{qb}^*} \right) \quad (43a)$$

$$= -\left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 (\rho_{sa} + \rho_{sb}) \quad (43b)$$

$\omega$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\omega(k) = -\frac{1}{\pi^2} \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 \left( \frac{k_{Fa}^3}{3} + \frac{k_{Fb}^3}{3} \right) \quad (44a)$$

$$= -\left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 (\rho_{Ba} + \rho_{Bb}) \quad (44b)$$

ただし、 $a \neq b$

スカラー中間子の核子の自己エネルギーは $\Sigma_s$ に、ベクター中間子の核子の自己エネルギーは $\Sigma_0$ に属する。



#### 2.5.4 SD term

SD term では Real part と Imaginary part があるが、ここでは Real part のみを用いる。

Imaginary part は光学的ポテンシャルを計算するときに使う。

$\sigma$ -meson

$$\Sigma_{s_a}^{\sigma}(k) = -\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{q_a}^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (45.1)$$

$$\Sigma_{0_a}^{\sigma}(k) = +\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (45.2)$$

$$\Sigma_{v_a}^{\sigma}(k) = +\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi^2 k} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{q_a^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \chi \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (45.3)$$

$\omega$ -meson

$$\Sigma_{s_a}^{\omega}(k) = +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{q_a}^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \{3\tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2[\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)]\} \quad (46.1)$$

$$\Sigma_{0_a}^{\omega}(k) = +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi \left\{ \left[ 1 + 2\frac{q_\lambda^* R_\lambda}{R_\lambda^2} \frac{R_0}{E_{q_a}^*} \right] \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2[\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \right\} \quad (46.2)$$

$$\Sigma_{v_a}^{\omega}(k) = +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi^2 k} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \left\{ \left[ q_a^* \chi + 2\frac{q_{a_\lambda}^* R_\lambda}{R_\lambda^2} (k - q\chi) \right] \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2\frac{q_a^* \cdot R}{R^2} (k - q\chi) [\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \right\} \quad (46.3)$$

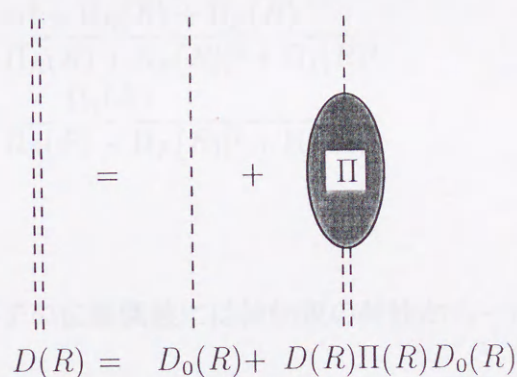


## 2.6 中間子の伝播関数

### 2.6.1 中間子の伝播関数の一般式

平均場モデルで計算をする場合には、中間子は凝縮場のみを考えるのでその伝播関数には運動量依存性の無い定数となり、伝播関数をあらわに入れる必要がなかった。しかし、Hartree Fock 以上の計算を行うには中間子の運動量移行があるために中間子の伝播関数を求めていく必要がある。ここでは、中間子の伝播関数の計算について述べる。

中間子の伝播関数の Dyson 方程式を Feynman 図で表すと、



$$D(R) = D_0(R) + D(R)\Pi(R)D_0(R)$$

図 6: Feynman 図による中間子の伝播関数の Dyson 方程式

Hartree Fock(HF) の計算に使われる自由粒子の時の中間子の伝播関数を  $D_0^\alpha(R)$  とすると、

$$D_0^\alpha(R) = \frac{-1}{R_\lambda^2 + m_\alpha^2 - i\varepsilon} \quad (47)$$

ここで、 $\alpha$  は中間子の種類を識別する指標である。( $\alpha = \sigma, \omega$ )

Nuclear Schwinger-Dyson formalism(NSD) で使われる中間子の媒質効果 (Ring diagram) を含む中間子の伝播関数  $D^\alpha(R)$  は、



$$D^\alpha(R) = \frac{-1}{R_\lambda^2 + m_\alpha^2 + \Pi^\alpha(R)} \quad (48)$$

中間子の自己エネルギーには Real part と Imaginary part がある ( $\Pi^\alpha(R) = \Pi_R^\alpha(R) + i\Pi_I^\alpha(R)$ )

ので NSD での中間子の伝播関数にも Real part と Imaginary part とがある。

$$\begin{aligned} D(R) &= D_R(R) + iD_I(R) \\ &= - \frac{R_\lambda^2 + m^2 + \Pi_R(R) + \Pi_F(R)}{[R_\lambda^2 + m^2 + \Pi_R(R) + \Pi_F(R)]^2 + \Pi_I(R)^2} \\ &\quad + i \frac{\Pi_I(R)}{[R_\lambda^2 + m^2 + \Pi_R(R) + \Pi_F(R)]^2 + \Pi_I(R)^2} \end{aligned} \quad (49)$$

自由粒子としてのベクター中間子の伝播関数には核物質の特性から一成分で表せたが、NSD では中間子の自己エネルギーが縦方向成分と横方向成分とに分離されることからベクター中間子の伝播関数  $D_{\mu\nu}(R)$  も縦方向成分 (*longitudinal component*)  $D_\ell(R)$  と横方向成分 (*transverse component*)  $D_t(R)$  の二成分に分けることができる。

射影演算子  $P_T$ 、 $P_L$  を次のように定義する。

$$(P_T)_{\mu\nu} = \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{R_\mu \cdot R_\nu}{R_\lambda^2} \right) \quad (50.1)$$

$$(P_L)_{\mu\nu} = \frac{R_\mu \cdot R_\nu}{R_\lambda^2} \quad (50.2)$$

$$P_T + P_L = I_{4 \times 4} \quad (50.3)$$



$P_T$ は4次元運動量  $R_\mu$ に対して横方向に、 $P_L$ は縦方向にベクター中間子の伝播関数を射影する。

$$D_{\mu\nu} = (P_T + P_L)D_{\mu\nu} = P_T D_{\mu\nu} + P_L D_{\mu\nu} = D_{T\mu\nu} + D_{L\mu\nu} \quad (51)$$

成分分解したベクター中間子の Dyson 方程式は、

$$D_{T\mu\nu}(R) = D_{T0\mu\nu}(R) + D_{T0\mu\alpha}(R)\Pi_{\alpha\beta}(R)D_{T\beta\nu}(R) \quad (52.1)$$

$$D_{T0\mu\nu}(R) = P_T D_{0\mu\nu} = \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{R_\mu R_\nu}{R_\lambda^2} \right) D_0(R) \quad (52.2)$$

$$D_{L\mu\nu}(R) = P_L D_{0\mu\nu} = R_\mu R_\nu \left( \frac{1}{m_\omega^2} + \frac{1}{R_\lambda^2} \right) D_0(R) \quad (52.3)$$

ベクター中間子の自己エネルギー $\Pi_{\mu\nu}$ がバリオンカレント保存則 [16],[39],[40] により4次元空間の縦方向成分を持たない為に、ベクトル中間子の伝播関数の縦方向成分が自由粒子の伝播関数を使って表すことができる。横方向成分については式を変形し行列を解かなくては行けない。

$$D_{T\mu\nu}(R) = [I - P_T D_0(R)\Pi(R)]_{\mu\beta}^{-1} D_{T0\beta\nu}(R) \quad (53)$$

$I - P_T D_0(R)\Pi(R)$  の逆行列を解いた結果、 $D_{T\mu\nu}$  は次式のように書き直すことができる。

$$D_{T\mu\nu}(R) = \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{R_\mu R_\nu}{R_\lambda^2} \right) D_\ell(R)$$



$$\begin{aligned}
& +\delta_{\mu i}\delta_{\nu j}\left(\delta_{ij}-\frac{R_i R_j}{R^2}\right) D_\ell(R)[\Pi_t(R)-\Pi_\ell(R)]D_t(R) \\
& = \left(\delta_{\mu\nu}-\frac{R_\mu R_\nu}{R_\lambda^2}\right) D_\ell(R) + \delta_{\mu i}\delta_{\nu j}\left(\delta_{ij}-\frac{R_i R_j}{R^2}\right) [D_t(R)-D_\ell(R)]
\end{aligned} \tag{54}$$

$D_L$ と $D_T$ を足し合わせることでベクトル中間子の伝播関数の一般形は次式のように書き表すことができる。

$$\begin{aligned}
D_{\mu\nu}(R) &= \delta_{\mu\nu}D_\ell(R) + \frac{R_\mu R_\nu}{R_\lambda^2} \left[ \left(1 + \frac{R_\lambda^2}{m^2}\right) D_0(R) - D_\ell(R) \right] \\
&+ \delta_{\mu i}\delta_{\nu j}\left(\delta_{ij}-\frac{R_i R_j}{R^2}\right) [D_t(R)-D_\ell(R)]
\end{aligned} \tag{55}$$

## 2.7 自由粒子の時の中間子 (HF) の伝播関数

Hartree Fock では中間子を自由粒子とみなして計算しているので、媒質効果を表す中間子の自己エネルギーはない。よって各中間子の伝播関数は、

$\sigma$ -meson

$$D_0^\sigma(R) = \frac{-1}{R_\lambda^2 + m_\sigma^2 - i\varepsilon} \tag{56}$$

$\omega$ -meson

$$D_0^\omega(R) = \frac{-1}{R_\lambda^2 + m_\omega^2 - i\varepsilon} \tag{57}$$



## 2.8 媒質効果を取り入れた中間子 (NSD) の伝播関数

### 2.8.1 $\sigma\omega$ 混合なし

スカラー中間子とベクター中間子の中間子混合形の一般化が可能であるため 5 行 5 列の行列で次式のように定義し直す。

$$D_{ab}^{\sigma\omega}(R) = \begin{pmatrix} D_{\mu\nu}^{\omega}(R) & 0 \\ 0 & D^{\sigma}(R) \end{pmatrix} \quad (58)$$

これは中間子混合がない場合の伝播関数の行列を書いている。ここでの添え字はの  $a$  や  $b$  は 1 から 5 までを取り、1 から 4 までがベクター中間子、5 がスカラー中間子の成分を表している。この表式で独立な成分は  $D_s$ 、 $D_\ell$ 、 $D_t$  の 3 成分である。

Real part については以下の通りである。

$\sigma$ -meson

$$D_{sR}^{\sigma}(R) = -\frac{R_\lambda^2 + m_\sigma^2 + \Pi_{sR}^{\sigma}(R) + \Pi_F^{\sigma}(R)}{[R_\lambda^2 + m_\sigma^2 + \Pi_{sR}^{\sigma}(R) + \Pi_F^{\sigma}(R)]^2 + \Pi_{sI}^{\sigma}(R)^2} \quad (59)$$

$\omega$ -meson

$$D_{\ell R}^{\omega}(R) = -\frac{R_\lambda^2 + m_\omega^2 + \Pi_{\ell R}^{\omega}(R) + \Pi_F^{\omega}(R)}{[R_\lambda^2 + m_\omega^2 + \Pi_{\ell R}^{\omega}(R) + \Pi_F^{\omega}(R)]^2 + \Pi_{\ell I}^{\omega}(R)^2} \quad (60.1)$$

$$D_{tR}^{\omega}(R) = -\frac{R_\lambda^2 + m_\omega^2 + \Pi_{tR}^{\omega}(R) + \Pi_F^{\omega}(R)}{[R_\lambda^2 + m_\omega^2 + \Pi_{tR}^{\omega}(R) + \Pi_F^{\omega}(R)]^2 + \Pi_{tI}^{\omega}(R)^2} \quad (60.2)$$



Imaginary part については以下の通り。

$\sigma$ -meson

$$D_{sI}^{\sigma}(R) = + \frac{\Pi_{sI}^{\sigma}(R)}{[R_{\lambda}^2 + m_{\sigma}^2 + \Pi_{sR}^{\sigma}(R) + \Pi_F^{\sigma}(R)]^2 + \Pi_{sI}^{\sigma}(R)^2} \quad (61)$$

$\omega$ -meson

$$D_{\ell I}^{\omega}(R) = + \frac{\Pi_{\ell I}^{\omega}(R)}{[R_{\lambda}^2 + m_{\omega}^2 + \Pi_{\ell R}^{\omega}(R) + \Pi_F^{\omega}(R)]^2 + \Pi_{\ell I}^{\omega}(R)^2} \quad (62.1)$$

$$D_{tI}^{\omega}(R) = + \frac{\Pi_{tI}^{\omega}(R)}{[R_{\lambda}^2 + m_{\omega}^2 + \Pi_{tR}^{\omega}(R) + \Pi_F^{\omega}(R)]^2 + \Pi_{tI}^{\omega}(R)^2} \quad (62.2)$$

### 2.8.2 $\sigma\omega$ 混合あり

中間子混合を考える場合、 $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子の成分が混ざりあってお互いに独立な関数では書けずに次式のようなになる。

$$\tilde{D}_{ab}^{\sigma\omega}(R) = \begin{pmatrix} \tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R) & \tilde{D}_{5\nu}^{\sigma\omega}(R) \\ \tilde{D}_{\mu 5}^{\sigma\omega}(R) & \tilde{D}_{55}^{\sigma\omega}(R) \end{pmatrix} \quad (63.1)$$

この方程式を  $4 \times 4$  の行列を射影演算子を用いて分離したのと同様に、一般化された射影演算子を次のように定義する。

$$(P_T)_{ab} = \begin{pmatrix} (p_T)_{\mu\nu} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (63.2)$$



$$(P_L)_{ab} = \begin{pmatrix} (p_L)_{\mu\nu} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (63.3)$$

バリオンカレント保存則のため、中間子の自己エネルギーは先ほどの場合と同様横方向成分のみ影響するので、

$$D_{Tab}(R) = D_{T0ab}(R) + D_{T0ac}(R)\Pi_{cd}(R)D_{Tab}(R) \quad (63.4)$$

$$D_{Lab}(R) = D_{L0ab}(R) \quad (63.5)$$

この式の形式解も同様な形で与えられる。 $D_{Tab}(R) = [I - D_{T0}(R)\Pi(R)]_{ac}^{-1} D_{T0cb}(R)$  スカラー中間子とベクター中間子の混合した伝播関数は  $D_T$  と  $D_L$  の和として与えられる。

$$\tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R) = \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{R_\mu R_\nu}{R_\lambda^2} \right) \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + \delta_{\mu i} \delta_{\nu j} \left( \delta_{ij} - \frac{R_i R_j}{R^2} \right) [\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \quad (63.6)$$

$$\tilde{D}_{5\mu}^{\sigma\omega}(R) = \tilde{D}_{\mu 5}^{\sigma\omega}(R) = \begin{cases} -i \frac{R_i R_4}{R^2} \tilde{D}_m^{\sigma\omega}(R) , & \mu = i = 1 \sim 3 \\ i \tilde{D}_m^{\sigma\omega}(R) , & \mu = 4 \end{cases} \quad (63.7)$$

$$\tilde{D}_{55}^{\sigma\omega}(R) = \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (63.8)$$

独立な成分に分離すると 4 成分に分けれるが、成分ごと ( $\tilde{D}_s^{\sigma\omega}$  ,  $\tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}$  ,  $\tilde{D}_t^{\sigma\omega}$  ,  $\tilde{D}_m^{\sigma\omega}$ ) に分かりやすいように書き直すと、

$$\mathcal{L} \equiv R_\mu^2 + m_\omega^2 + \Pi_{\ell R}^\omega(R_0, R) + \Pi_F^\omega(R_0, R) \quad (64.1)$$

$$\mathcal{S} \equiv R_\mu^2 + m_\sigma^2 + \Pi_{sR}^\sigma(R_0, R) + \Pi_F^\sigma(R_0, R) \quad (64.2)$$

$$\mathcal{M} \equiv \Pi_{mR}^{\sigma\omega}(R_0, R)^2 - \Pi_{mI}^{\sigma\omega}(R_0, R)^2 \quad (64.3)$$



$$\alpha \equiv \mathcal{L}S - \Pi_{\ell I}^{\omega}(R_0, R)\Pi_{sI}^{\sigma}(R_0, R) + \frac{R_{\lambda}^2}{R^2}\mathcal{M} \quad (64.4)$$

$$\beta \equiv S\Pi_{\ell I}^{\omega}(R_0, R) + \mathcal{L}\Pi_{sI}^{\sigma}(R_0, R) + 2\frac{R_{\lambda}^2}{R^2}\Pi_{mR}^{\sigma\omega}(R_0, R)\Pi_{mI}^{\sigma\omega}(R_0, R) \quad (64.5)$$

と定義すると、 $\sigma\omega$ 混合系の偏極した伝播関数は以下の通り実部、虚部で与えられ、

Real part は以下の通り、

$$\tilde{D}_{sR}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{\alpha\mathcal{L} + \beta\Pi_{\ell I}^{\omega}(R_0, R)}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (65)$$

$$\tilde{D}_{\ell R}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{\alpha\mathcal{S} + \beta\Pi_{sI}^{\sigma}(R_0, R)}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (66)$$

$$\tilde{D}_{tR}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{R_{\mu}^2 + m_{\omega}^2 + \Pi_{tR}^{\omega}(R_0, R) + \Pi_{tF}^{\omega}(R_0, R)}{\left[R_{\mu}^2 + m_{\omega}^2 + \Pi_{tR}^{\omega}(R_0, R) + \Pi_{tF}^{\omega}(R_0, R)\right]^2 + \Pi_{tI}^{\omega}(R_0, R)^2} \quad (67)$$

$$\tilde{D}_{mR}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{\alpha\Pi_{mR}^{\sigma\omega}(R_0, R) + \beta\Pi_{mI}^{\sigma\omega}(R_0, R)}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (68)$$

Imaginary part は以下の通り。

$$\tilde{D}_{sI}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{\alpha\Pi_{\ell I}^{\omega}(R_0, R) - \beta\mathcal{L}}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (69)$$

$$\tilde{D}_{\ell I}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{\alpha\Pi_{sI}^{\sigma}(R_0, R) - \beta\mathcal{S}}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (70)$$



$$\tilde{D}_{tI}^{\sigma\omega}(R_0, R) = + \frac{\Pi_{tI}^{\omega}(R_0, R)}{[R_{\mu}^2 + m_{\omega}^2 + \Pi_{tR}^{\omega}(R_0, R) + \Pi_{tF}^{\omega}(R_0, R)]^2 + \Pi_{tI}^{\omega}(R_0, R)^2} \quad (71)$$



## 2.9 中間子の自己エネルギー

### 2.9.1 中間子の自己エネルギーの一般式

中間子の自己エネルギーの一般形は上式のように定義されていた。ここで、 $\alpha$ は中間子の種類を表している。 $\Gamma$ は核子と中間子との結節点関数、 $G$ は核子の伝播関数である。結節点関数には裸近似をする。Bonn ポテンシャルにはスカラー中間子、ベクター中間子、擬スカラー中間子をアイソスカラー中間子型とアイソベクター中間子型、計  $3 + 3 = 6$  種類の中間子で現実的核力を構成している。即ち、 $\sigma$ 、 $\omega$ 、 $\eta$ 、 $\delta$ 、 $\rho$ 、 $\pi$  中間子である。この中の  $\sigma$  中間子と  $\omega$  中間子で作るモデルは、比較的取扱いが簡単のため、多くの研究が為されてきた。また、非対称核物質をモデルとする場合にはアイソベクター中間子である  $\rho$  中間子や  $\pi$  中間子を取り入れたモデルで研究されてきた。この章では、中間子の自己エネルギーの定式化について述べる。中間子の自己エネルギーは NSD では中間子の媒質効果を表す重要な物理量であり、中間子の有効質量を求める場合にも必要な計算である。ここでは核子の伝播関数の DF 表示と PHA 表示での違いを中間子の自己エネルギーを通して見る。

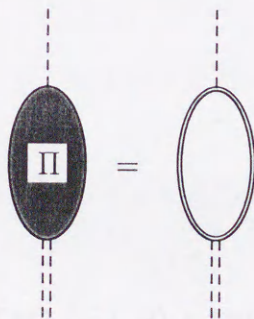


図 7: meson の Dyson equation の diagram

中間子の自己エネルギーの一般式は、



$$\Pi^\alpha(R) = (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\alpha G(u) \Gamma^\alpha G(u+R)] \quad (73)$$

$\sigma$ 中間子、 $\omega$ 中間子、 $\sigma\omega$ 混合項の自己エネルギーは、

$\sigma$ 中間子について、

$$\begin{aligned} \Pi^\sigma(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\sigma G_a(u) \Gamma^\sigma G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+g^\sigma) G_a(u) (+g^\sigma) G_a(u+R)] \end{aligned} \quad (74)$$

$\omega$ 中間子については、

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\omega\nu}(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma_\mu^\omega G_a(u) \Gamma_\nu^\omega G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+ig^\omega \gamma_\mu) G_a(u) (+ig^\omega \gamma_\nu) G_a(u+R)] \end{aligned} \quad (75)$$

$\sigma$ - $\omega$  中間子混合項は、

$$\begin{aligned} \Pi^{\sigma\omega}(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\sigma G_a(u) \Gamma_0^\omega G_a(u+R) + \Gamma_0^\omega G_a(u) \Gamma^\sigma G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+g^\sigma) G_a(u) (+ig^\omega \gamma_0) G_a(u+R) \\ &\quad + (+ig^\omega \gamma_0) G_a(u) (+g^\sigma) G_a(u+R)] \end{aligned} \quad (76)$$



### 2.9.2 ベクター中間子の自己エネルギーの成分分解

ベクター中間子は16の要素を持つが、核物質の対称性やバリオンカレント保存則のためふたつの独立な成分、運動量方向に対して縦方向成分と横方向成分とに分けることができる。

$$\Pi_\ell(R) = \Pi_{33}(R) + \Pi_{44}(R) \quad (77.1)$$

$$\Pi_t(R) = \Pi_{11}(R) = \Pi_{22}(R) \quad (77.2)$$

ここで、 $\Pi_{\mu\mu}^\omega(R)$  は運動量  $R$  の向きを  $u$  積分の  $z$  方向にとるという axial 表示で表している。つまり、 $R_\mu = (0, 0, R_3, R_4)$  となり、四元運動量  $R_\lambda^2 = R^2 + R_4^2 = R_3^2 + R_4^2$  である。この表示下でのベクター中間子の自己エネルギー  $\Pi_{\mu\nu}(R)$  は次のように表される。

また射影演算子  $P_t, P_\ell$  を定義する。ただし、三次元空間成分に対して作用する。

$$(P_t)_{ij} = \left( \delta_{ij} - \frac{R_i \cdot R_j}{R^2} \right), \quad (P_\ell)_{ij} = \frac{R_i \cdot R_j}{R^2}$$

$$P_t + P_\ell = I_{3 \times 3}$$

これを用いると、ベクター中間子の三次元空間成分は次式のように分解できる。

$$\begin{aligned} \Pi_{ij}(R) &= P_t \Pi_t(R) + P_\ell \frac{R_4^2}{R_\lambda^2} \Pi_\ell(R) \\ &= \left( \delta_{ij} - \frac{R_i \cdot R_j}{R^2} \right) \Pi_t(R) + \frac{R_i \cdot R_j}{R^2} \frac{R_4^2}{R_\lambda^2} \Pi_\ell(R) \end{aligned}$$

第4成分を決める条件としてバリオンカレント保存則を使う。

$$R_\mu \Pi_{\mu\nu}(R) = \Pi_{\mu\nu}(R) R_\nu = 0$$

これらの条件を課して  $\Pi_{\mu\nu}(R)$  を表すと、



$$\Pi_{\mu\nu}(R) = \begin{pmatrix} \Pi_t - \frac{R_1^2}{R^2}W & -\frac{R_1 R_2}{R^2}W & -\frac{R_1 R_3}{R^2}W & -\frac{R_1 R_4}{R_\mu^2}\Pi_\ell \\ -\frac{R_2 R_1}{R^2}W & \Pi_t - \frac{R_2^2}{R^2}W & -\frac{R_2 R_3}{R^2}W & -\frac{R_2 R_4}{R_\mu^2}\Pi_\ell \\ -\frac{R_3 R_1}{R^2}W & -\frac{R_3 R_2}{R^2}W & \Pi_t - \frac{R_3^2}{R^2}W & -\frac{R_3 R_4}{R_\mu^2}\Pi_\ell \\ -\frac{R_4 R_1}{R_\mu^2}\Pi_\ell & -\frac{R_4 R_2}{R_\mu^2}\Pi_\ell & -\frac{R_4 R_3}{R_\mu^2}\Pi_\ell & +\frac{R_\mu^2}{R^2}\Pi_\ell \end{pmatrix}$$

$$W = \Pi_t - \frac{R_4^2}{R_\mu^2}\Pi_\ell$$

$$\Pi_\ell = \Pi_{33} + \Pi_{44}$$

$$\Pi_t = \frac{1}{2}(\Pi_{\mu\mu} - \Pi_\ell) = \Pi_{11} = \Pi_{22}$$

また mixing 項まで含めて表すと、

$$\Pi_{ab}(R) = \begin{pmatrix} \Pi_{\mu\nu}^\omega(R) & \Pi_{5\nu}(R) \\ \Pi_{\mu 5}(R) & \Pi_{55}(R) \end{pmatrix}$$

$$\Pi_{5\nu}(R) = \Pi_{\mu 5}(R) = \begin{cases} \mu = i, \frac{R_i R_0}{R^2} \Pi_m^{\sigma\omega}(R), i = 1 \sim 3 \\ \mu = 4, i \Pi_m^{\sigma\omega}(R) \end{cases}$$

$$\Pi_{55}(R) = \Pi_s^\sigma(R)$$

### 2.9.3 中間子の自己エネルギーの分類

DF 表示での核子の伝播関数  $G$  は次式のように分けられていた。

$$G(u) = G^F(u) + G^D(u) \quad (78.1)$$

$$G^F(u) = (-i\gamma_\lambda u_\lambda^* + M_u^*) \frac{-1}{u_\lambda^{*2} + M_u^{*2} - i\varepsilon} \quad (78.2)$$

$$G^D(u) = (-i\gamma_\lambda u_\lambda^* + M_u^*) \frac{2\pi i}{2E_u^*} \delta(u_0^* - E_u^*) \theta(u_0) \theta(k_F - |\mathbf{u}|) \quad (78.3)$$



ただし、

$$E_u^* = \sqrt{u^{*2} + M_u^{*2}} \quad (78.4)$$

中間子のセルフエネルギーは核子の伝播関数の積  $G \cdot G$  で書き表されるので、以下のような組み合わせがある。

$$\begin{aligned} G \cdot G &= (G^D + G^F) \cdot (G^D + G^F) \\ &= \underbrace{G^D \cdot G^D}_{\text{Imaginary part}} + \underbrace{G^D \cdot G^F + G^F \cdot G^D}_{\text{Real part}} + \underbrace{G^F \cdot G^F}_{\text{Feynman part}} \end{aligned} \quad (79)$$

これより、中間子の自己エネルギーを Real Part、Imaginary Part、Feynman Part の三つに分ける。

$$\Pi(R) = \Pi_R(R) + i\Pi_I(R) + \Pi_F(R) \quad (80)$$

実際には Real part と Feynman part で使う  $G^F$  は主値の部分を使う。次の公式

$$\int dx \frac{1}{x \pm i\varepsilon} = \int dx \left[ P\left(\frac{1}{x}\right) \mp \pi i \delta(x) \right] \quad (81)$$

を用いて、 $G^F$  を主値と留数の部分とに分ける。

$$G^F(u) = G^{FP}(u) + G^{FR}(u)$$



$$= (-i\psi_\lambda^* + M_u^*) \frac{-1}{u_\lambda^{*2} + M_u^{*2}} - (-i\psi_\lambda^* + M_u^*) \pi i \delta(E_u^{*2} - u_0^{*2}) \quad (82)$$

Real part については

$$\begin{aligned} \Pi_R(R) &= (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma G^D(u) \Gamma G^{FP}(u+R) + \Gamma G^{FP}(u) \Gamma G^D(u+R)] \\ &= (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma G^D(u) \Gamma G^{FP}(u+R) + \Gamma G^D(u) \Gamma G^{FP}(u-R)] \end{aligned} \quad (83.1)$$

Imaginary part について、

$$\begin{aligned} \Pi_I(R) &= (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \\ &\quad \text{Tr} [\Gamma G^D(u) \Gamma G^D(u+R) + \Gamma G^D(u) \Gamma G^{FR}(u+R) + \Gamma G^{FR}(u) \Gamma G^D(u+R)] \\ &= (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[ \Gamma G^D(u) \Gamma \left( \frac{1}{2} G^D(u+R) + G^{FR}(u+R) \right) \right. \\ &\quad \left. + \Gamma G^D(u) \Gamma \left( \frac{1}{2} G^D(u-R) + G^{FR}(u-R) \right) \right] \\ &= (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [G^D(u) \cdot G^{\bar{D}}(u+R) + G^D(u) \cdot G^{\bar{D}}(u-R)] \end{aligned} \quad (83.2)$$

Feynman part について、

$$\Pi_F(R) = (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma G^{FP}(u) \Gamma G^{FP}(u+R)] \quad (83.3)$$

ここで Imaginary part のトレースの中にある  $G^{\bar{D}}$  は次のように定義されている。



$$\begin{aligned}
G^D(u) &= \frac{1}{2}G^D(u) + G^{FR}(u) \\
&= \frac{1}{2}(-i\psi_\lambda^* + M_u^*)\frac{\pi i}{E_u^*}\delta(u_0^* - E_u^*)\theta(u_0)\theta(k_F - |\mathbf{u}|) \\
&\quad - (-i\psi_\lambda^* + M_u^*)\frac{\pi i}{2E_u^*}[\delta(u_0^* - E_u^*) + \delta(u_0^* + E_u^*)] \\
&= (-i\psi_\lambda^* + M_u^*)\frac{\pi i}{2E_u^*}\delta(u_0^* - E_u^*)[\theta(u_0)\theta(k_F - |\mathbf{u}|) - 1] \\
&\quad - (-i\psi_\lambda^* + M_u^*)\frac{\pi i}{2E_u^*}\delta(u_0^* + E_u^*) \\
&= (-i\psi_\lambda^* + M_u^*)\frac{\pi i}{2E_u^*}\delta(u_0^* - E_u^*)\theta(u_0)[\theta(k_F - |\mathbf{u}|) - 1] \\
&\quad - (-i\psi_\lambda^* + M_u^*)\frac{\pi i}{2E_u^*}[\delta(u_0^* - E_u^*)\theta(-u_0) + \delta(u_0^* + E_u^*)] \\
&= (-i\psi_\lambda^* + M_u^*)\frac{-\pi i}{2E_u^*}[\delta(u_0^* - E_u^*)\theta(u_0)(|\mathbf{u}| - k_F) + \delta(u_0^* + E_u^*)] \quad (84)
\end{aligned}$$

最後の式の2項目は反核子からの寄与を表す項で、非物理的な効果であるので計算では含まない。

前の章でも述べたことだが、このままだとアイソスピンが混ざり合った形である。対称核物質やアイソスカラー中間子を扱う限りはこのことは問題にはならなかった。それはアイソスカラー中間子の自己エネルギーは陽子-陽子、中性子-中性子のみの組み合わせで合ったからである。また、対称核物質では陽子密度と中性子密度が等しいために陽子-中性子の組み合わせでも結果には影響しなかった。しかし、非対称核物質でアイソベクター中間子を扱う場合、この方法で計算するとアイソスピン混合形になることを示す。

例として、核内にある中性子が正荷電中間子と反応して粒子状態の陽子になる場合を考える。

$$G_n(u)G_p(u+R) = G_n^D(u)G_p^F(u+R) + G_n^F(u)G_p^D(u+R)$$



$$= G_n^D(u)G_p^F(u+R) + G_p^D(u)G_n^F(u-R) \quad (85)$$

第一項目は確かに正電荷中間子の効果の場合だが、第二項目は負電荷中間子の効果を表している。この様にアイソスピンが混ざり合った形式になるので  $a$  や  $b$  という指標で陽子か中性子かを手で識別し、アイソスピンについて考慮しながら手で分けていくことにする。PHA 表示ではアイソスピンを正しく分けることができるのでこの問題は起こらない。

#### 2.9.4 中間子の自己エネルギーの実部

中間子の自己エネルギーの Real part を示す。詳細な計算法は Appendix を参照の事

$\sigma$  中間子の Real part は、

$$\Pi_{saR}^\sigma(R_0, R) = \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{ua}^*} \left[ 4u - \frac{4M_a^{*2} + R_\lambda^2}{2R} (\mathcal{A}_{+aa} - \mathcal{A}_{-aa}) \right] \quad (86)$$

$\omega$  中間子の縦方向成分の Real part について、

$$\begin{aligned} \Pi_{\ell aR}^\omega(R_0, R) = & \left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \frac{R_\lambda^2}{R^2} \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{ua}^*} \\ & \left[ 4u + \frac{4E_{ua}^{*2} + 4E_{ua}^* R_0 - R_\lambda^2}{2R} \mathcal{A}_{+aa} - \frac{4E_{ua}^{*2} - 4E_{ua}^* R_0 - R_\lambda^2}{2R} \mathcal{A}_{-aa} \right] \end{aligned} \quad (87)$$

同じく横方向成分の Real part については、



$$\begin{aligned}\Pi_{\ell_a R}^\omega(R_0, R) &= \left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{u_a}^*} \left[ 4u + \frac{2M_a^{*2} - R_\lambda^2}{2R} (\mathcal{A}_{+aa} - \mathcal{A}_{-aa}) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \Pi_{\ell_a R}^\omega(R_0, R)\end{aligned}\quad (88)$$

$\sigma\omega$ 混合項の Real part は、

$$\Pi_{m_a R}^{\sigma\omega}(R_0, R) = - \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right) \left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right) \frac{M_a^*}{R} \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u}{E_{u_a}^*} \left[ (2E_{u_a}^* + R_0) \mathcal{A}_{+aa} - (2E_{u_a}^* - R_0) \mathcal{A}_{-aa} \right] \quad (89)$$

特に $\sigma - \omega$ モデルはアイソスカラー中間子だけなので  $a = b$  となり、その場合は

$$\mathcal{A}_{\pm aa} \equiv \ln \left| \frac{+2Ru - 2R_0 E_{u_a}^* \pm R_\lambda^2}{-2Ru - 2R_0 E_{u_a}^* \pm R_\lambda^2} \right| \quad (90)$$

である。

### 2.9.5 中間子の自己エネルギーの虚部

中間子の自己エネルギーの Imaginary part は

$$(-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma G_a^D(u) \Gamma G_b^{\bar{D}}(v = u + R) + \Gamma G_a^D(u) \Gamma G_b^{\bar{D}}(w = u - R)] \quad (91)$$



4次元運動量積分の3次元運動量積分を極座標表示に直し、更に変数変換を行った後の式である。積分変数  $E_1$  及び  $E_2$  は中間子の移行運動量  $R$  及びエネルギー  $R_0$  で決まる。

$\sigma$ 中間子の Imaginary part は

$$\Pi_{saI}^{\sigma}(R_0, R) = -\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi} \frac{R_{\lambda}^2 + 4M_a^{*2}}{R} [E]_{E_1}^{E_2} \quad (92)$$

$\omega$ 中間子の Imaginary part の縦方向成分は、

$$\Pi_{\ell aI}^{\omega}(R_0, R) = +\frac{g^{\omega^2}}{2\pi} \frac{R_{\lambda}^2}{R^3} \left[ \frac{1}{3} E^3 + \frac{1}{2} |R_0| E^2 - \frac{1}{4} R_{\lambda}^2 E \right]_{E_1}^{E_2} \quad (93)$$

同じく横方向成分、

$$\begin{aligned} \Pi_{taI}^{\omega}(R_0, R) &= +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi} \frac{1}{R} \left[ (R_{\lambda}^2 + 2M_a^{*2}) E \right]_{E_1}^{E_2} - \frac{1}{2} \Pi_{\ell aI}^{\omega}(R_0, R) \\ &= +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi} \frac{1}{R} \left[ -\frac{R_{\lambda}^2}{R^2} E^2 \left( \frac{2}{3} + |R_0| \right) + \frac{1}{2} R_{\lambda}^2 E \left( 2 + \frac{R_{\lambda}^2}{R^2} \right) + 2M_a^{*2} E \right]_{E_1}^{E_2} \end{aligned} \quad (94)$$

$\sigma\omega$ 中間子混合項は、

$$\Pi_{maI}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{g^{\sigma} g^{\omega} M_a^{*}}{4\pi R} [E^2 + |R_0| E]_{E_1}^{E_2} \quad (95)$$



ここで積分範囲は、

$$E_{F_a}^* \equiv \sqrt{k_{F_a}^2 + M_a^{*2}}, \quad E_a(R_0, R) \equiv -\frac{1}{2}|R_0| + \frac{1}{2}R\sqrt{1 + \frac{4M_a^{*2}}{|R_\mu^2|}}$$

$$E_{PM_a} \equiv \sqrt{(k_{F_a} + R_0)^2 + M_a^{*2}} - E_{F_a}^*, \quad E_{MM_a} \equiv \sqrt{(k_{F_a} - R_0)^2 + M_a^{*2}} - E_{F_a}^*$$

とすると、

領域 [I]

$$0 \leq |R_0| \leq -E_{MM_a} \rightarrow \begin{cases} E_1 = E_{F_a}^* - |R_0| \\ E_2 = E_{F_a}^* \end{cases} \quad (96)$$

領域 [II]

$$|E_{MM_a}| < |R_0| < E_{PM_a} \rightarrow \begin{cases} E_1 = E_a \\ E_2 = E_{F_a}^* \end{cases} \quad (97)$$

領域 [III](I、II 以外の領域)

$$E_1 = E_2 = E_{F_a}^* \quad (98)$$

#### 2.9.6 中間子の自己エネルギーの発散部

核子の自己エネルギー  $G$  の Feynman part の組み合わせでつくられる vacuum part は Real part や Imaginary part 等の Density part と違って積分が発散するのでそのままでは計算



を解くことができない。そこでこの発散積分を処理する方法として、素粒子物理学でよく用いられる繰り込みの処方と、原子核物理学でよく使われる形状因子の処方、二種類の方法があるが、ここでは前者の計算を行う。

Feynman part

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma G_a^F(u) \Gamma G_b^F(v = u + R)] \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} du_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 u \frac{\text{Tr}[\Gamma(-i\not{u}_a^* + M_{u_a}^*) \Gamma(-i\not{u}_b^* + M_{u_b}^*)]}{(u_{a\lambda}^{*2} + M_{u_a}^{*2})(u_{b\lambda}^{*2} + M_{u_b}^{*2})} \end{aligned} \quad (99)$$

次のような Wick-Rotation を行う。

$$d^4 u = du_0 d^3 u = i d^3 u du_4 = i d^4 u_W = i 2\pi^2 u^3 du_W \quad (100.1)$$

$$u_\lambda^2 = u^2 - u_0^2 = u_W^2 \quad (100.2)$$

繰り込み処理を行った後の有限項の式は以下の通り、

$\sigma$ 中間子について

$$\begin{aligned} \Pi_{s_a F}^\sigma(R_0, R) &= -\left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^1 dz \\ &3 \left[ T_a^{*2} \ln \frac{T_a^{*2}}{T_{\sigma_a}^2} + M_a^2 - M_a^{*2} - z(1-z)(R_\mu^2 + m_\sigma^2) - 2 \frac{(M_a \Sigma_{s_a})^2}{T_{\sigma_a}^2} \right] \end{aligned} \quad (101)$$



$\omega$ 中間子について

$$\Pi_{aF}^{\omega}(R_0, R) = -\left(\frac{g^{\omega}}{2\pi}\right)^2 \int_0^1 dz \left\{ +2z(1-z) \left[ -R_{\mu}^2 \ln \frac{T_{\omega_a}^2}{T_a^{*2}} + z(1-z)m_{\omega}^2 \frac{R_{\mu}^2 + m_{\omega}^2}{T_{\omega_a}^2} \right] \right\} \quad (102)$$

ここで、

$$\begin{cases} T_a^{*2} = M_a^{*2} + z(1-z)R_{\mu}^2 \\ T_{\alpha a}^2 = M_a^2 - z(1-z)m_{\alpha}^2 \end{cases}, \quad (\alpha = \sigma, \omega) \quad (103)$$



## 2.10 エネルギー密度

### 2.10.1 エネルギー密度の一般式

エネルギー密度 $\varepsilon$ はエネルギー密度テンソル $T_{\mu\nu}$ とラグランジアン密度 $L$ を用いて次のように定義されている。

$$\begin{aligned}
 T_{\mu\nu} &= L\delta_{\mu\nu} - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu\psi)}\partial_\nu\psi - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu\varphi^\sigma)}\partial_\nu\varphi^\sigma - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu\varphi_\lambda^\omega)}\partial_\nu\varphi_\lambda^\omega \\
 &= \bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi - \frac{1}{2}(\partial_\lambda\varphi^\sigma\partial_\lambda\varphi^\sigma + m_\sigma^2\varphi^{\sigma^2})\delta_{\mu\nu} + \partial_\mu\varphi^\sigma\partial_\nu\varphi^\sigma \\
 &\quad - \frac{1}{2}(\partial_\eta\varphi_\lambda^\omega\partial_\eta\varphi_\lambda^\omega + m_\omega^2\varphi_\lambda^\omega\varphi_\lambda^\omega)\delta_{\mu\nu} + \partial_\mu\varphi_\lambda^\omega\partial_\nu\varphi_\lambda^\omega \\
 &\quad - [\frac{1}{2}(\frac{g_\sigma}{m_\sigma})^2\rho_s^2 - \frac{1}{2}(\frac{g_\omega}{m_\omega})^2\rho_B^2]\delta_{\mu\nu}
 \end{aligned} \tag{104}$$

$T_{\mu\nu}$ の両辺を核物質の真空ではさみ、真空期待値を取る。

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = T_{\mu\nu}^N + T_{H\mu\nu}^\sigma + T_{H\mu\nu}^\omega + T_{SD\mu\nu}^\sigma + T_{SD\mu\nu}^\omega \tag{105.1}$$

$$T_{\mu\nu}^N = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_\mu G(k)]k_\nu \tag{105.2}$$

$$T_{H\mu\nu}^\sigma = -\frac{1}{2}\left(\frac{g^\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \rho_s^2 \delta_{\mu\nu} \tag{105.3}$$

$$T_{H\mu\nu}^\omega = +\frac{1}{2}\left(\frac{g^\omega}{m_\omega}\right)^2 \rho_B^2 \delta_{\mu\nu} \tag{105.4}$$

$$T_{\mu\nu}^\sigma = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[ -\frac{1}{2}(k_\lambda^2 + m_\sigma^2)\delta_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu \right] D^\sigma(k) \tag{105.5}$$

$$T_{\mu\nu}^\omega = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[ -\frac{1}{2}(k_\lambda^2 + m_\omega^2)\delta_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu \right] D_{\lambda\lambda}^\omega(k) \tag{105.6}$$



$T_{\mu\nu}^N$  はバリオンからの寄与、 $T_{H\mu\nu}^\sigma$ 、 $T_{H\mu\nu}^\omega$  は古典場からの寄与、 $T_{SD\mu\nu}^\sigma$ 、 $T_{SD\mu\nu}^\omega$  は量子部からの寄与を示す。また、エネルギー密度  $\varepsilon$  は

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\langle T_{44} \rangle \\ &= \varepsilon_N + \varepsilon_H^\sigma + \varepsilon_H^\omega + \varepsilon_{SD}^\sigma + \varepsilon_{SD}^\omega + \varepsilon_{SD}^{\sigma\omega}\end{aligned}\quad (106)$$

の和として得られる。

Baryon term のエネルギー密度テンソルは、

$$\langle T_{a\mu\nu}^N \rangle = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_\mu G_a(k)] k_\nu \quad (107)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{N_a} &= -\langle T_{a44}^N \rangle \\ &= -\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_4 G_a(k)] k_4\end{aligned}\quad (108)$$

Hartree term のエネルギー密度テンソルは、場の強さの自乗に比例している。

$$\langle T_{H\mu\nu}^\alpha \rangle = +\frac{1}{2} \frac{1}{m_\alpha^2} \left\{ \sum_{a=p}^n \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a(k)] \right\}^2 \quad (109)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_H^\alpha &= -\langle T_{H44}^\alpha \rangle \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{m_\alpha^2} \left\{ \sum_{a=p}^n \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a(k)] \right\}^2\end{aligned}\quad (110)$$

SD term のエネルギー密度テンソルは

$$\langle T_{a\mu\nu}^{\alpha^c} \rangle = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[ -\frac{1}{2} (k_\lambda^2 + m_\alpha^2) \delta_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu \right] D^{\alpha^c}(k) \quad (111)$$



$$\begin{aligned}\varepsilon_a^{\alpha^c} &= - \langle T_{a44}^{\alpha^c} \rangle \\ &= -i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ -\frac{1}{2} (k_\lambda^2 + m_\alpha^2) - k_0^2 \right] D^{\alpha^c}(k)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[ ] D^{\alpha^c}(k) &= -\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2k_0^2}{k_\lambda^2 + m_\alpha^2} \right) (k_\lambda^2 + m_\alpha^2) D^{\alpha^c}(k) \\ &= -\frac{1}{2} [1 - 2k_0^2 D_0^\alpha(k)] [-1 - \Pi_a^{\alpha^c}(k) D^{\alpha^c}(k)]\end{aligned}$$

下線部の部分は非物理的な効果を与えるので除く。故に Fock term の Energy Density  $\varepsilon^\alpha$  は、

$$\varepsilon_a^{\alpha^c} = -i \frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} [1 - 2k_0^2 D_0^\alpha(k)] \Pi_a^{\alpha^c}(k) D^{\alpha^c}(k) \quad (112)$$

ここで 129 ページの Section C.1.1 より、 $\Pi$  の一般式 (C82) は次式のように書き直すことができる。

$$\Pi_a^{\alpha^c}(k) = (-i) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a(q+k) \Gamma^{\alpha^c} G_b(q)] \quad (113)$$

これより式 (112) は、

$$\varepsilon_a^{\alpha^c} = -\frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [1 - 2k_0^2 D_0^\alpha(k)] \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a(q+k) \Gamma^{\alpha^c} G_b(q)] D^{\alpha^c}(k) \quad (114a)$$

ここで  $Q = q + k$  と変数変換を行うと、 $d^4 k = d^4 Q$  と置ける。

$$\varepsilon_a^{\alpha^c} = -\frac{1}{2} \int \frac{d^4 Q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [1 - 2(Q_0 - q_0)^2 D_0^\alpha(Q)]$$



$$\text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a(Q) \Gamma^\alpha G_b(q)] D^{\alpha c}(Q - q) \quad (114b)$$

ここで改めて  $Q$  を  $k$  と置き直し、 $R = k - q$  とすると、

$$\varepsilon_a^{\alpha c} = -\frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [1 - 2R_0^2 D_0^\alpha(R)] \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a(k) \Gamma^\alpha G_b(q)] D^{\alpha c}(R) \quad (114c)$$

特にベクター中間子では縦方向成分と横方向成分の二成分があるため式 (112) は、

$$\varepsilon_a^{\alpha c} = -i \frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} [1 - 2k_0^2 D_0^\alpha(k)] \Pi_{\nu\mu a}^{\alpha c}(k) D_{\mu\nu}^{\alpha c}(k)$$

ここで、 $\Pi_{\mu\nu}(k) D_{\mu\nu}(k)$  を二成分に分解して計算すると、

$$\begin{aligned} & \Pi_{\mu\nu}(k) D_{\mu\nu}(k) \\ &= \Pi_{\mu\nu}(k) \left\{ \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k_\lambda^2} \right) D_\ell(k) + \delta_{\mu i} \delta_{\nu j} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) [D_t(k) - D_\ell(k)] \right\} \\ &= \left[ \Pi_{\mu\mu}(k) - \Pi_{\mu\nu}(k) \frac{k_\mu k_\nu}{k_\lambda^2} \right] D_\ell(k) + \left[ \Pi_{ii}(k) - \Pi_{ij}(k) \frac{k_i k_j}{k^2} \right] [D_t(k) - D_\ell(k)] \quad (115) \end{aligned}$$

また、バリオンカレント保存則より、

$$k_\mu \Pi_{\mu\nu}(k) = \Pi_{\mu\nu}(k) k_\nu = 0 \quad (116.1)$$

$$\Pi_{ii}(k) = 2\Pi_t(k) + \frac{k_4^2}{k_\lambda^2} \Pi_\ell(k) = 2\Pi_t(k) - \frac{k_0^2}{k_\lambda^2} \Pi_\ell(k) \quad (116.2)$$

$$\begin{aligned} k_i k_j \Pi_{ij}(k) &= k_\mu k_\nu \Pi_{\mu\nu}(k) - k_4 k_\nu \Pi_{4\nu}(k) - k_\mu k_4 \Pi_{\mu 4}(k) + k_4^2 \Pi_{44}(k) \\ &= +k_4^2 \Pi_{44}(k) = -k_0^2 \frac{k^2}{k_\lambda^2} \Pi_\ell(k) \quad (116.3) \end{aligned}$$



$$(115) = \Pi_{\mu\mu}(k)D_\ell(k) + \left\{ \left[ 2\Pi_t(k) - \frac{k_0^2}{k_\lambda^2} \Pi_\ell(k) \right] + \frac{k_0^2}{k^2} \frac{k^2}{k_\lambda^2} \Pi_\ell(k) \right\} [D_t(k) - D_\ell(k)] \quad (117.1)$$

$$= \Pi_{\mu\mu}D_\ell(k) + 2\Pi_t(k) [D_t(k) - D_\ell(k)]$$

$$= \Pi_{\mu\mu}(k)D_\ell(k) + [\Pi_{\mu\mu}(k) - \Pi_\ell(k)] [D_t(k) - D_\ell(k)] \quad (117.2)$$

$$= [2\Pi_t(k) + \Pi_\ell(k)] D_\ell(k) + 2\Pi_t(k) [D_t(k) - D_\ell(k)]$$

$$= \Pi_\ell(k)D_\ell(k) + [\Pi_{\mu\mu}(k) - \Pi_\ell(k)] D_t(k)$$

$$= \Pi_{\mu\mu}(k)D_t(k) - \Pi_\ell(k) [D_t(k) - D_\ell(k)] \quad (117.3)$$

$$= \Pi_{\mu\mu}(k)D_t(k) - \frac{k^2}{k_\lambda^2} [D_t(k) - D_\ell(k)] \Pi_{44}(k)$$

## 2.11 Energy Density の Density part

何度か述べたように原子核の特性は通常密度ほどの低密度では密度依存部が支配的であるのでエネルギー密度の計算も密度依存部分のみ行う。

### 2.11.1 Baryon term

バリオンのエネルギー密度の密度依存部は

$$\begin{aligned} \varepsilon_a^B &= - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_4 G_a^D(k)] k_4 \\ &= - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[+k_{a_0}^* + \gamma_4 M_{k_a}^*](i k_{a_0}) \frac{\pi i}{E_{k_a}^*} \delta(k_{a_0}^* - E_{k_a}^*) \theta(k_{a_0}) \theta(k_{F_a} - |\mathbf{k}|) \\ &= + \frac{4\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^{k_{F_a}} dk k^2 \frac{4E_{k_a}^* E_{k_a}}{E_{k_a}^*} \\ &= + \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F_a}} dk k^2 E_{k_a} \end{aligned} \quad (118)$$



### 2.11.2 Hartree term

密度依存部の平均場からの寄与は次式で与えられる。

$$\varepsilon_H^\alpha = -\frac{1}{2} \frac{1}{m_\alpha^2} \left\{ \sum_{a=p}^n \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\alpha G_a^D(k)] \right\}^2 \quad (119)$$

よってスカラー中間子である $\sigma$ 中間子の平均場の密度依存部はスカラー密度 $\rho_s$ を用いて

$$\begin{aligned} \varepsilon_H^\sigma &= -\frac{1}{2} \frac{1}{m_\sigma^2} \left\{ \sum_{a=p}^n \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [ +g^\sigma (-i\not{k}_a^* + M_{k_a}^*) ] \frac{\pi i}{E_{k_a}^*} \delta(k_{a0}^* - E_{k_a}^*) \theta(k_{a0}) \theta(k_{Fa} - |\mathbf{k}|) \right\}^2 \\ &= -\frac{1}{2} \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \left[ \sum_{a=p}^n i \frac{4\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^{k_{Fa}} dk k^2 \frac{4M_{k_a}^*}{E_{k_a}^*} \right]^2 \\ &= +\frac{1}{2} \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \left( \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{Fp}} dk k^2 \frac{M_{k_p}^*}{E_{k_p}^*} + \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{Fn}} dk k^2 \frac{M_{k_n}^*}{E_{k_n}^*} \right)^2 \end{aligned} \quad (120a)$$

$$\begin{aligned} &= +\frac{1}{2} \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 (\rho_{s_p} + \rho_{s_n})^2 \\ &= +\frac{1}{2} \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \rho_s^2 \end{aligned} \quad (120b)$$

表され、ベクター中間子である $\omega$ 中間子の平均場の密度依存部はバリオン密度 $\rho_B$ を用いて

$$\begin{aligned} \varepsilon_H^\omega &= -\frac{1}{2} \frac{1}{m_\omega^2} \left\{ \sum_{a=p}^n \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [ +ig^\omega \gamma_4 (-i\not{k}_a^* + M_{k_a}^*) ] \frac{\pi i}{E_{k_a}^*} \delta(k_{a0}^* - E_{k_a}^*) \theta(k_{a0}) \theta(k_{Fa} - |\mathbf{k}|) \right\}^2 \\ &= -\frac{1}{2} \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 \left\{ \sum_{a=p}^n \left[ -\frac{4\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^{k_{Fa}} dk k^2 \frac{4E_{k_a}^*}{E_{k_a}^*} \right] \right\}^2 \\ &= -\frac{1}{2} \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 \left( \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{Fp}} dk k^2 + \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{Fn}} dk k^2 \right)^2 \\ &= -\frac{1}{2} \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 \left( \frac{k_{Fp}^3}{3\pi^2} + \frac{k_{Fn}^3}{3\pi^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (121a)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{2} \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 (\rho_{Bp} + \rho_{Bn})^2 \\ &= -\frac{1}{2} \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B^2 \end{aligned} \quad (121b)$$



表される。

### 2.11.3 SD term

SD 項のエネルギー密度の密度依存部の各中間子に対する一般式は

$$\begin{aligned}\varepsilon_a^{\alpha^c} &= -\frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [1 - 2R_0^2 D_0^\alpha(R)] \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a^D(k) \Gamma^\alpha G_b^D(q)] D^{\alpha^c}(R) \\ &= -\frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [1 - 2R_0^2 D_0^\alpha(R)] \text{Tr}[\Gamma^\alpha (-i\not{k}_a^* + M_{k_a}^*) \Gamma^\alpha (-i\not{q}_b^* + M_{q_b}^*)] \frac{\pi i}{E_{k_a}^*} \frac{\pi i}{E_{q_b}^*} \\ &\quad \delta(k_{a0}^* - E_{k_a}^*) \delta(q_{b0}^* - E_{q_b}^*) \theta(k_{a0}) \theta(q_{b0}) \theta(k_{Fa} - |\mathbf{k}|) \theta(k_{Fb} - |\mathbf{q}|) D^{\alpha^c}(R) \quad (122.1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= +\frac{4\pi^4}{(2\pi)^8} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 \delta(k_{a0}^* - E_{k_a}^*) \theta(k_{a0}) \int_{-\infty}^{+\infty} dq_0 \delta(q_{b0}^* - E_{q_b}^*) \theta(q_{b0}) \int_0^{k_{Fa}} dk \frac{k^2}{E_{k_a}^*} \int_0^{k_{Fb}} dq \frac{q^2}{E_{q_b}^*} \\ &\quad \int_{-1}^{+1} d\chi [1 - 2R_0^2 D_0^\alpha(R)] \text{Tr}[\Gamma^\alpha (-i\not{k}_a^* + M_{k_a}^*) \Gamma^\alpha (-i\not{q}_b^* + M_{q_b}^*)] D^{\alpha^c}(R) \quad (122.2)\end{aligned}$$

と書き表されるので、 $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子の SD 項は、

$\sigma$ -meson

$$\begin{aligned}\varepsilon_a^\sigma &= +\frac{1}{4(2\pi)^4} \int_0^{k_{Fa}} dk \frac{k^2}{E_{k_a}^*} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ &\quad [1 - 2R_0^2 D_0^\sigma(R)] (+4g^{\sigma^2}) (-k_{a\lambda}^* q_{a\lambda}^* + M_{k_a}^* M_{q_a}^*) D^\sigma(R) \\ &= +\frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{Fa}} dk \frac{k^2}{E_{k_a}^*} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ &\quad [1 - 2R_0^2 D_0^\sigma(R)] (M_{k_a}^* M_{q_a}^* + E_{k_a}^* E_{q_a}^* - k_a^* q_a^* \chi) D^\sigma(R) \quad (123)\end{aligned}$$

$\omega$ -meson

$$\varepsilon_a^\omega = +\frac{1}{4(2\pi)^4} \int_0^{k_{Fa}} dk \frac{k^2}{E_{k_a}^*} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi$$



$$\begin{aligned}
& [1 - 2R_0^2 D_0^\omega(R)] (-8g^{\omega^2}) \left\{ (+k_{a_\lambda}^* q_{a_\lambda}^* + 2M_{k_a}^* M_{q_a}^*) D_\ell^\omega(R) \right. \\
& \left. + \left[ (k_{a_3}^* q_{a_3}^* - k_{a_0}^* q_{a_0}^*) + M_{k_a}^* M_{q_a}^* \right] [D_t^\omega(k) - D_\ell^\omega(k)] \right\} \\
& = -\frac{1}{(2\pi)^2} \left( \frac{g^\omega}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} dk \frac{k^2}{E_{k_a}^*} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi [1 - 2R_0^2 D_0^\omega(R)] \\
& \quad \left\{ 2 \left( k_a^* q_a^* \chi + 2M_{k_a}^* M_{q_a}^* - E_{k_a}^* E_{q_a}^* \right) D_\ell^\omega(R) \right. \\
& \quad \left. + 2 \left( k_a^* q_a^* \chi + M_{k_a}^* M_{q_a}^* - E_{k_a}^* E_{q_a}^* \right) [D_t^\omega(R) - D_\ell^\omega(R)] \right\} \quad (124)
\end{aligned}$$

$\sigma\omega$ 中間子混合のエネルギー密度の密度依存部は、

$$\begin{aligned}
\varepsilon_a^{\sigma\omega} &= +\frac{1}{4(2\pi)^4} \int_0^{k_{Fa}} dk \frac{k^2}{E_{k_a}^*} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\
& \quad \frac{R_0^2}{R^2} [1 - 2R_0^2 (D_0^\sigma(R) + D_0^\omega(0))] (+8g^\sigma g^\omega) (M_{k_a}^* E_{q_a}^* + E_{k_a}^* M_{q_a}^*) D^{\sigma\omega}(R) \\
& = +\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{g^\sigma g^\omega}{2\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dk \frac{k^2}{E_{k_a}^*} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\
& \quad \frac{R_0^2}{R^2} [1 - 2R_0^2 (D_0^\sigma(R) + D_0^\omega(R))] (M_{k_a}^* E_{q_a}^* + E_{k_a}^* M_{q_a}^*) D^{\sigma\omega}(R) \quad (125)
\end{aligned}$$

SD 項のエネルギー密度に使われる中間子の媒質効果を含む伝播関数  $D^\sigma(R)$ 、 $D^\omega(R)$ 、 $D^{\sigma\omega}(R)$

を自由粒子としての伝播関数  $D_0^\sigma(R)$ 、 $D_0^\omega(R)$  に置き換えることで HF 近似になる。

## 2.12 まとめ

この章では素粒子物理分野で広く使われている零密度系での SD 方程式を原子核の有限密度系のモデルである核物質に適用するための定式化を行った。従来からの研究との比較のため Walecka モデルを採用する。NSD 方程式ではリング型相関の高次項を非摂動的に取り



込める理論であり、核子と中間子を媒質効果の立場から対等に取り扱える特徴がある。 $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子の Walecka モデルでは繰り込み可能なモデルであるので中間子の自己エネルギーの真空偏極効果の発散処理に繰り込み処方を用いた。更に今までの NSD では対称核物質のみを研究対象にしていたが、陽子密度と中性子密度が異なる非対称核物質を扱えるように拡張し、アイソベクター中間子も取り扱えるようにした。その時、従来から用いられている核子の伝播関数の DF 表示ではアイソベクター中間子の扱いに注意する必要がある、中間子の自己エネルギー $\Pi$ を正しく扱うためには PHA 表示を用いる必要性を述べた。NSD にはいくつかの近似が使われているが、結節点関数には裸近似を用いた。また、核子の自己エネルギーには真空偏極の補正は入れない。これは全密度領域に渡って起こるゴースト・ポールの問題のためである。真空からの揺らぎによる補正は大きく、結節点関数による補正や形状因子の導入が不可欠であると思われるが、この章の最初で述べた理由のとおりに結節点関数に裸近似を用いているためこれを断念する。次の章では NSD 方程式にこれらの近似を使って核物質の飽和特性を調べる。



### 3 数値計算

#### 3.1 数値計算

前節までは NSD の式の導出法を細かく説明してきた。この章では MFT、HF、NSD で核物質の飽和特性を研究し、モデル同士の違いを見ることでそれぞれの効果を調べる。飽和特性を調べるためにバリオン密度毎にエネルギー密度を求める。そして飽和曲線からそのバリオン密度に対する曲率として非圧縮率を、非対称度に対する曲率として非対称エネルギーを求め、他のモデルとの違いを比較検討する。[41]

NSD 方程式を解く方法は初期値として核子の自己エネルギー  $\Sigma$  に MFT の解を与え、その解を元に核子の伝播関数  $G$ 、中間子の自己エネルギー  $\Pi$ 、中間子の伝播関数  $D$  を順に求め新たな核子の自己エネルギーを求める。初期値に MFT の解を使うのは NSD 方程式で取り上げるダイアグラムが平均場近似を補正する効果を与えるためである。こうして  $\Sigma$  が十分に収束するまで繰り返し解き直し、求められた  $\Sigma$  を使ってエネルギー密度  $\varepsilon$  を計算する。

エネルギー密度  $\varepsilon$  は大きく分けてバリオン項  $\varepsilon_N$ 、Hartree 項  $\varepsilon_H$ 、SD 項  $\varepsilon_{SD}$  の三つの項からなり Hartree 項には  $\sigma$  中間子の項と  $\omega$  中間子の項があり、SD 項には更に中間子混合項が加わる。また核子に陽子と中性子があるため、それぞれの項は陽子と中性子からの項とに分けられる。

$$\varepsilon = \varepsilon_N + \varepsilon_H^\sigma + \varepsilon_H^\omega + \varepsilon_{SD}^\sigma + \varepsilon_{SD}^\omega + \varepsilon_{SD}^{\sigma\omega}, \quad (126.1)$$

$$\varepsilon_N = \varepsilon_p + \varepsilon_n, \quad (126.2)$$

$$\varepsilon_H^\sigma = +\frac{1}{2} \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \rho_s^2, \quad \rho_s = \rho_{sp} + \rho_{sn}, \quad (126.3)$$



$$\varepsilon_H^\omega = -\frac{1}{2} \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B^2, \quad \rho_B = \rho_{B_p} + \rho_{B_n}, \quad (126.4)$$

$$\varepsilon_{SD}^\sigma = \varepsilon_{SD_p}^\sigma + \varepsilon_{SD_n}^\sigma, \quad (126.5)$$

$$\varepsilon_{SD}^\omega = \varepsilon_{SD_p}^\omega + \varepsilon_{SD_n}^\omega, \quad (126.6)$$

$$\varepsilon_{SD}^{\sigma\omega} = \varepsilon_{SD_p}^{\sigma\omega} + \varepsilon_{SD_n}^{\sigma\omega}. \quad (126.7)$$

束縛エネルギー  $E_{bin}$ 、非圧縮率  $K$ 、非対称エネルギー  $a_4$  はエネルギー密度を用いて以下の  
ように定義されている。

$$E_{bin} = \frac{\varepsilon}{\rho_B} - M, \quad (127.1)$$

$$K = k_F^2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_F^2} = 9\rho_B^2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_B^2}, \quad (127.2)$$

$$a_4 = \frac{1}{2} \rho_B^2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \Big|_{\rho_3=0} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha=0}, \quad (127.3)$$

$$\alpha = \frac{\rho_3}{\rho_B} = \frac{\rho_{B_n} - \rho_{B_p}}{\rho_{B_n} + \rho_{B_p}}. \quad (127.4)$$

束縛エネルギーは一核子当たりのエネルギー密度から一核子の質量を差し引いて求められる。非圧縮率はエネルギー密度をバリオン密度の関数として飽和点での二階微分値である。この研究で用いる飽和点は  $\rho_{B_0} = 0.193 [fm^{-3}]$  としている。非対称エネルギーは非対称度  $\alpha$  の関数として飽和点での二階微分値と定義されている。ここで非対称度  $\alpha$  は陽子と中性子の割合の度合いを見るパラメータで中性子密度と陽子密度の差をバリオン密度で割った無次元の値である。 $\alpha = 0$  ならば対称核物質を表しており陽子密度と中性子密度は等しく比較的軽い原子核では対称な状態で安定している。 $\alpha$  が正の方向に増加すると中性子密度の



割合が大きくなり非対称核物質となる。実際、現実の中重原子核でも中性子豊富な状態が普通で $^{208}\text{Pb}$ は陽子数 82、中性子数 126、その差 44 で非対称度 $\alpha$ が 0.2 を越える。 $\alpha = 1$  は完全に中性子だけの核物質（中性子物質）を表し陽子密度 $\rho_{B_p} = 0$ 、中性子密度 $\rho_{B_n} = \rho_B$ である。特に、中性子物質は天体の中性子星を研究する上でその特性を調べる為の重要なモデルとなる。それは極論すれば中性子星が一個の核子密度一定の巨大な原子核と見なせるからであり、これは核物質に近い描像である。ただし、普通の原子核と異なることは核子密度が通常密度よりもはるかに高密度の領域にあり、強大な重力でもって束縛されている系である。しかし、我々のモデルでも外場として重力を入れるなど工夫をすれば十分に応用できる可能性がある。

特にことわりが無ければ、図中の線種の意味は実線を NSD、点線を MFT、破線を HF としている。MFT、HF、NSD 各モデルで飽和特性を調べるために核子と中間子の結合定数 $g^\sigma$ 、 $g^\omega$ をパラメータとし通常密度 $\rho_{B_0} = 0.193[\text{fm}^{-3}]$  ( $k_F = 1.42[\text{fm}^{-1}]$ ) で飽和し、且つそこでの束縛エネルギーが $-15.8[\text{MeV}]$  になるように結合定数を決定する。こうして決めた結合定数を用いて各モデル毎に飽和曲線のバリオン密度依存性を描いてみる。(図 8)



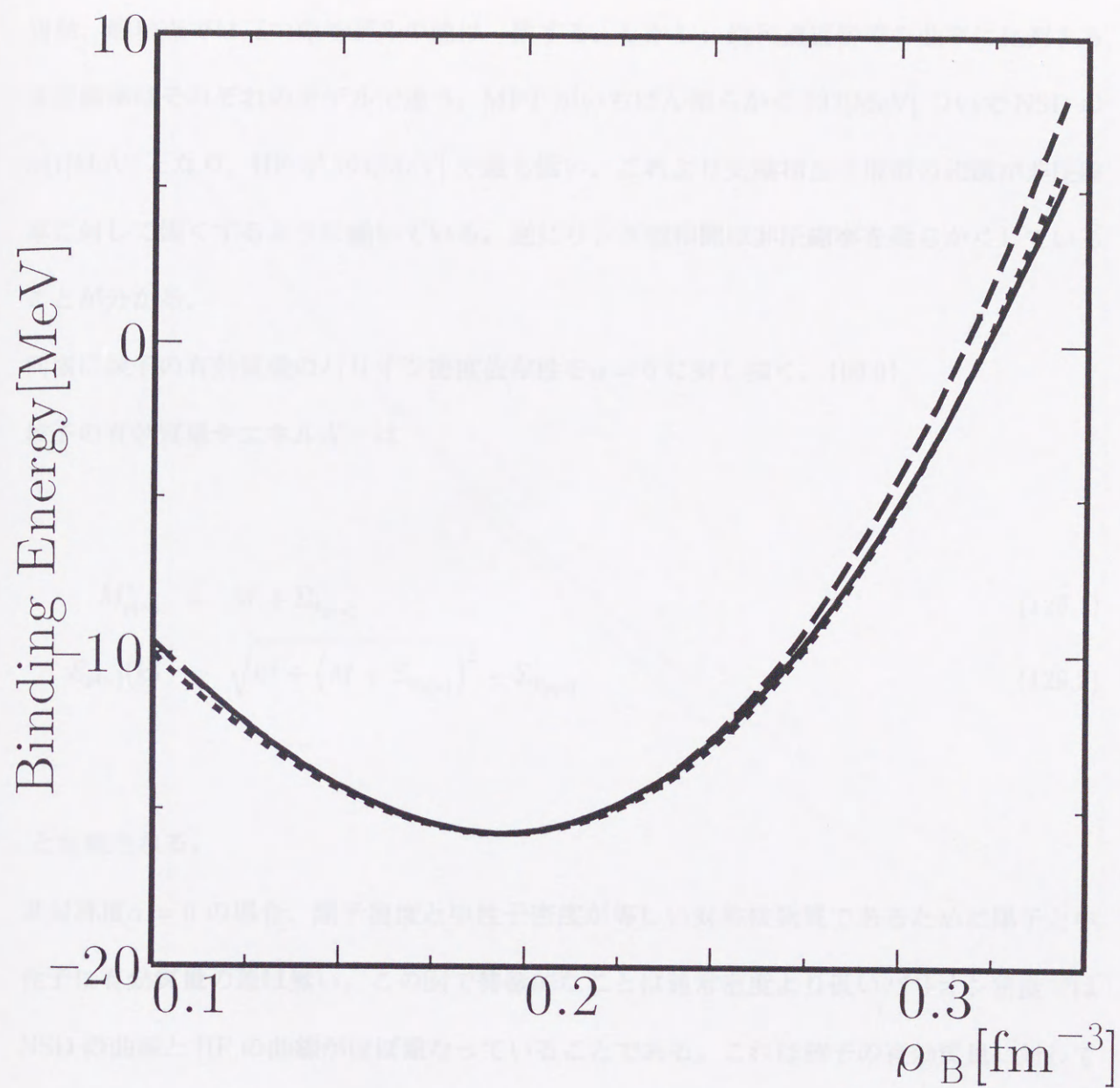


図 8: バリオン密度に対する飽和曲線。点線は MFT、破線は HF、実線は NSD を表している。以降の図でも特にことわりが無ければ線種の意味は同様。



当然、飽和点では三つのモデルの値は一致する。しかし、飽和点近傍での曲率に比例する非圧縮率はそれぞれのモデルで違う。MFT がいちばん柔らかく 533[MeV] ついで NSD の 541[MeV] となり、HF が 594[MeV] で最も固い。これより交換相互作用型の相関が非圧縮率に対して固くするように働いている。逆にリング型相関は非圧縮率を柔らかくしていることが分かる。

同様に核子の有効質量のバリオン密度依存性を  $\alpha = 0$  に対し描く。(図 9)

核子の有効質量やエネルギーは

$$M_{p(n)}^* = M + \Sigma_{s_{p(n)}} \quad (128.1)$$

$$E_{p(n)}(k) = \sqrt{k^2 + \left(M + \Sigma_{s_{p(n)}}\right)^2} - \Sigma_{0_{p(n)}} \quad (128.2)$$

と定義される。

非対称度  $\alpha = 0$  の場合、陽子密度と中性子密度が等しい対称核物質であるために陽子と中性子に有効質量の差は無い。この図で特徴的なことは通常密度より低いバリオン密度では NSD の曲線と HF の曲線がほぼ重なっていることである。これは核子の有効質量に対してはリング型相関の効果は小さいことを意味している。しかし通常密度より高いバリオン密度では逆に HF の交換相互作用型相関の効果を打ち消すかのように働き、MFT の曲線に近づいていき高密度でリング型相関が効くことが分かる。リング型相関は交換相互作用型相関の効果とは逆向きに働き、結局平均場近似に戻るように思われる。だが通常密度付近での NSD の有効核子質量は MFT、HF のどちらでもなくその中間付近にある。普通の原子核が通常密度付近で存在することから NSD のリング型相関の効果は重要であると言える。



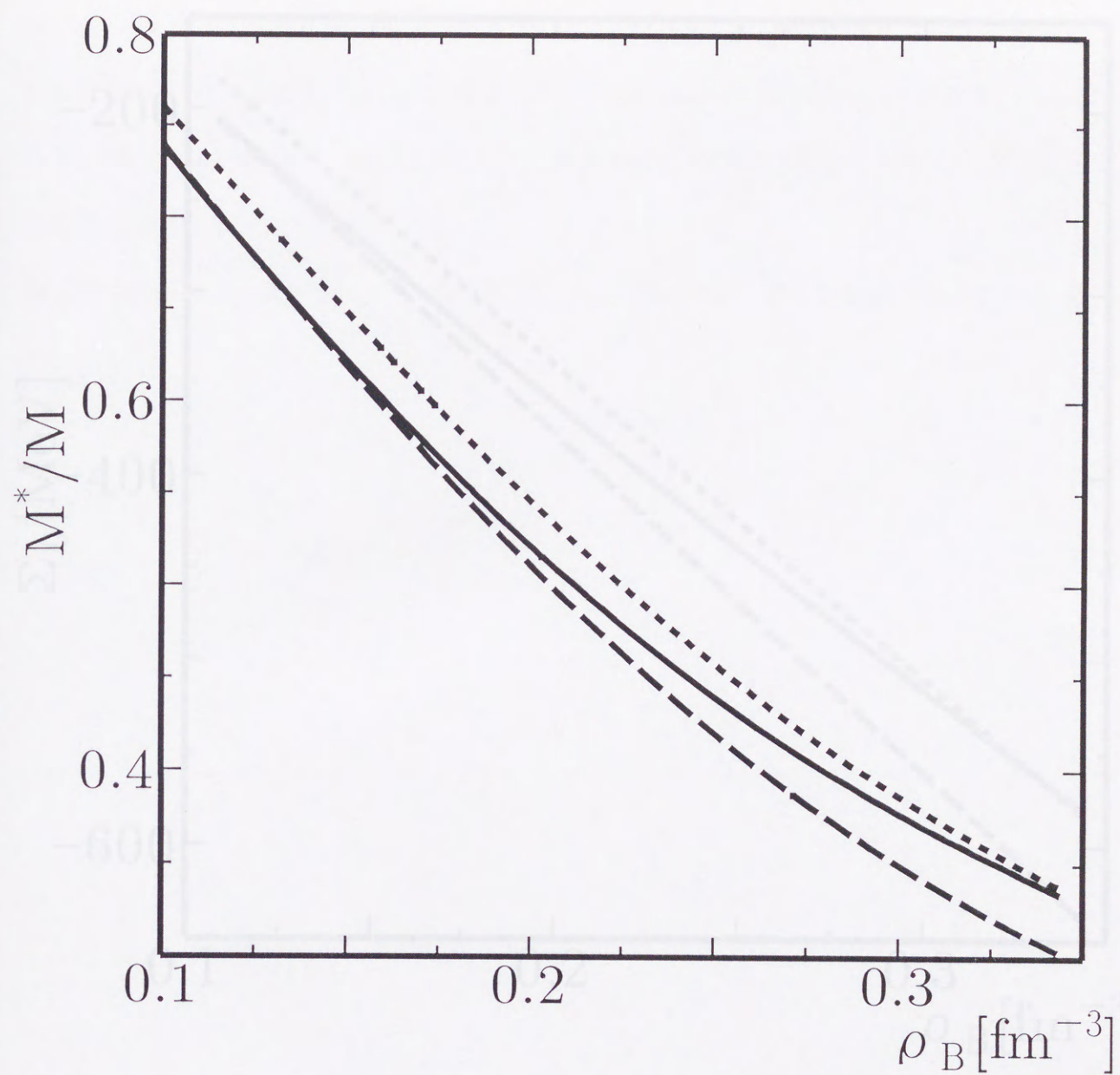


図 9: 有効核子質量のバリオン密度依存性



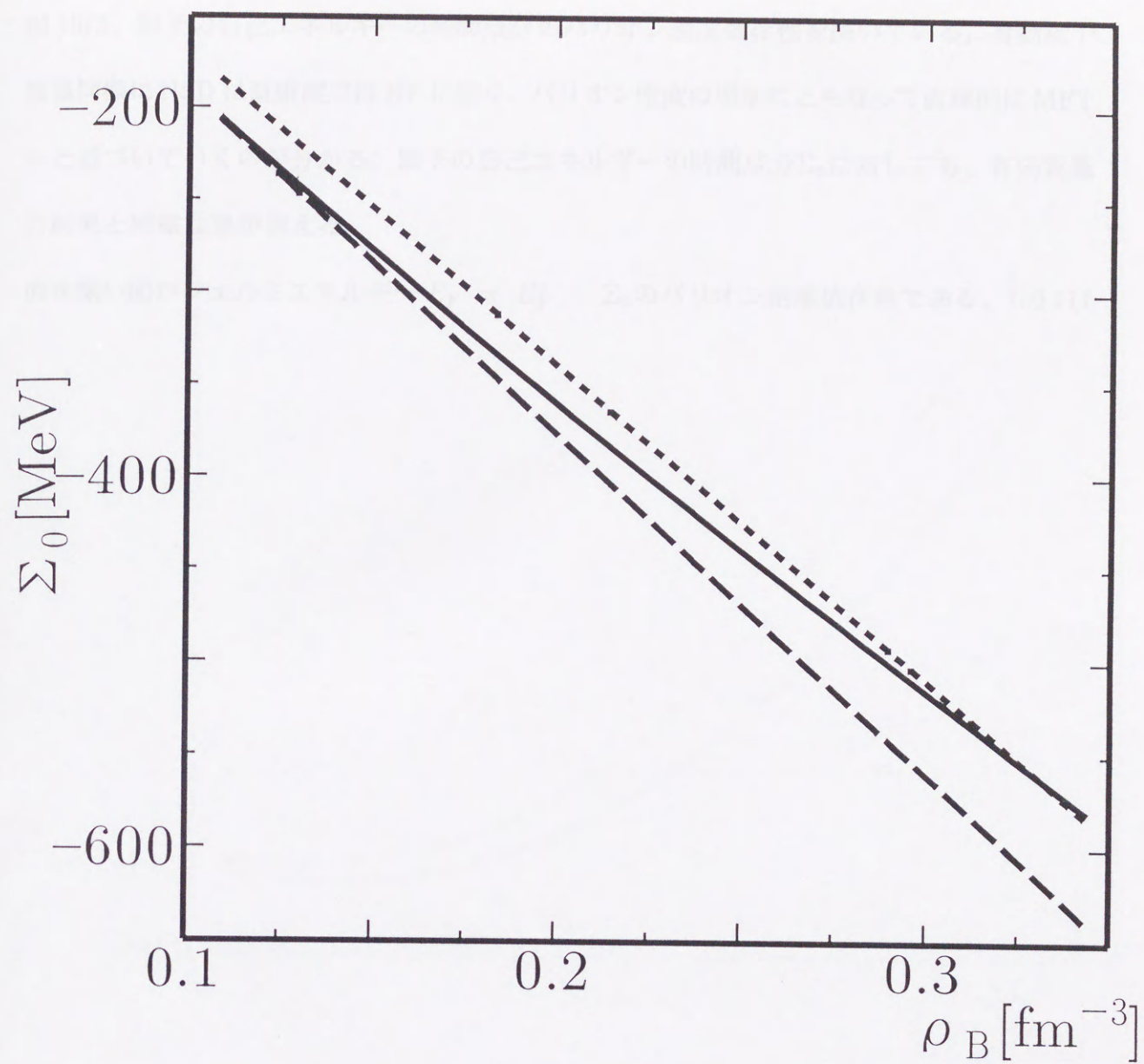


図 10: 核子の自己エネルギーの時間成分 $\Sigma_0$ のバリオン密度依存性



図10は、核子の自己エネルギーの時間成分のバリオン密度依存性を描いている。有効核子質量同様に NSD は低密度では HF に近く、バリオン密度の増加にともなって直線的に MFT へと近づいていくのが分かる。核子の自己エネルギーの時間成分  $\Sigma_0$  に対しても、有効質量の結果と同様な事が言える。

興味深い図がフェルミエネルギー  $E_F = E_F^* - \Sigma_0$  のバリオン密度依存性である。(図11)

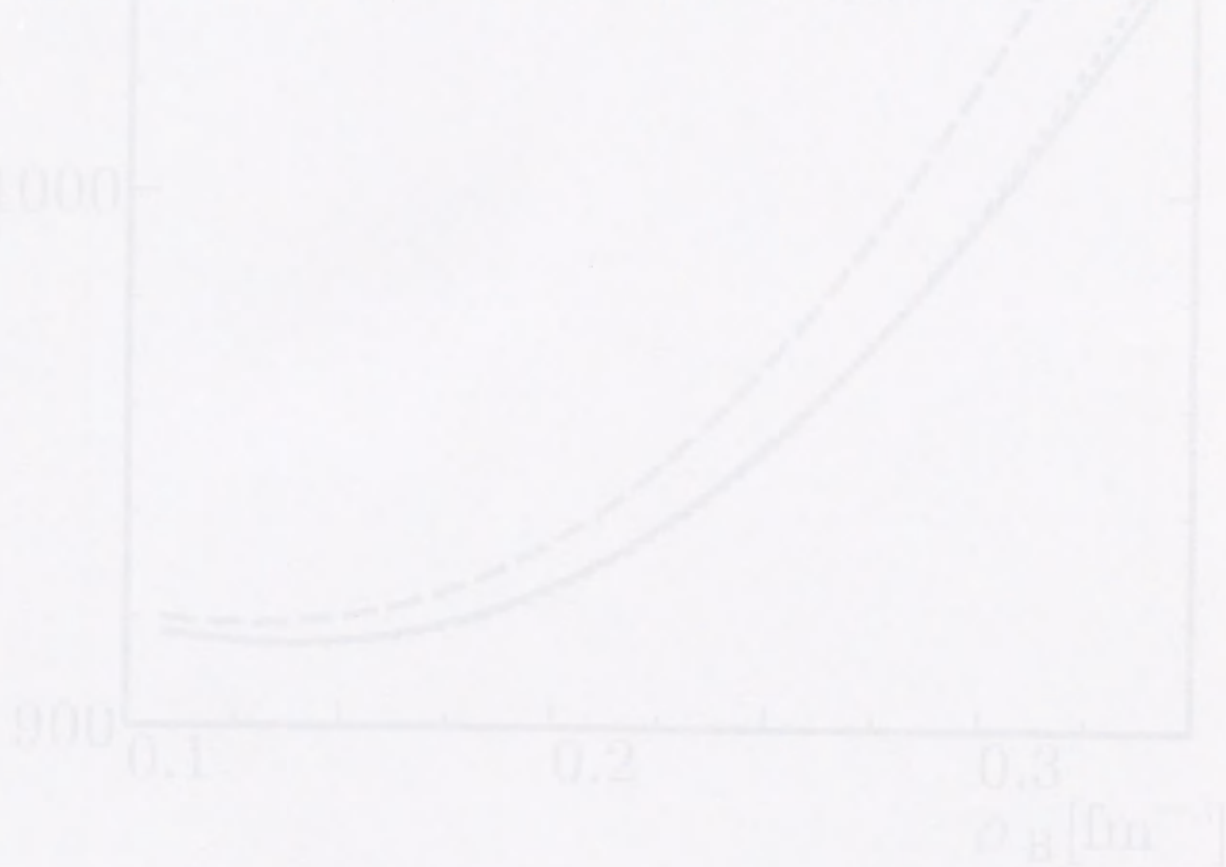


図11 核子のフェルミエネルギーのバリオン密度依存性



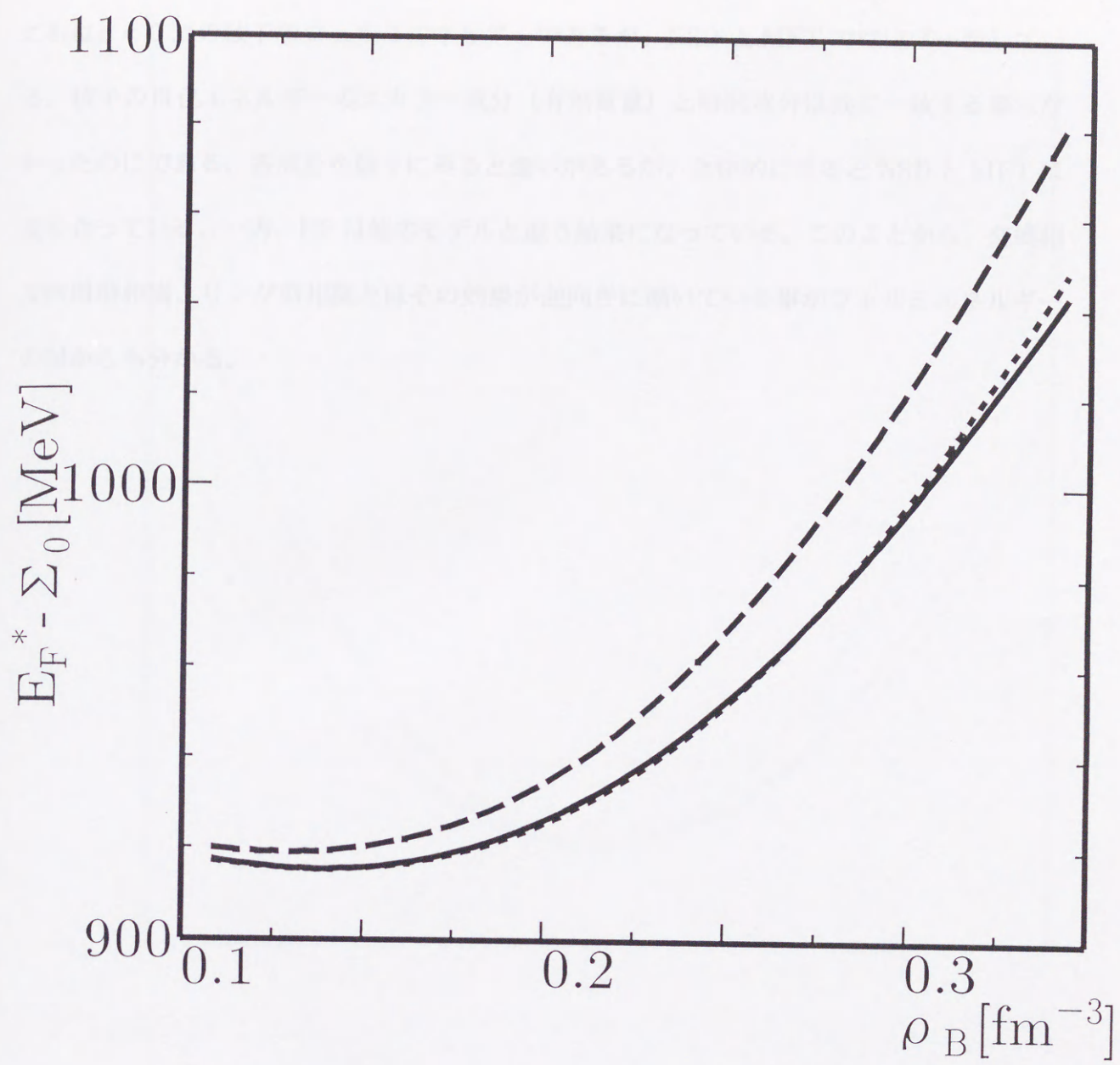


図 11: 核子のフェルミエネルギーのバリオン密度依存性



これは $\alpha = 0$ での核子のフェルミエネルギーであるが、NSD と MFT ではほぼ一致している。核子の自己エネルギーのスカラー成分（有効質量）と時間成分は共に一致する事はなかったのにである。各成分を個々にみると違いがあるが、全体的に見ると NSD と MFT は良く合っている。一方、HF は他のモデルと違う結果になっている。このことから、交換相互作用型相関とリング型相関とはその効果が逆向きに働いている事がフェルミエネルギーの図からも分かる。

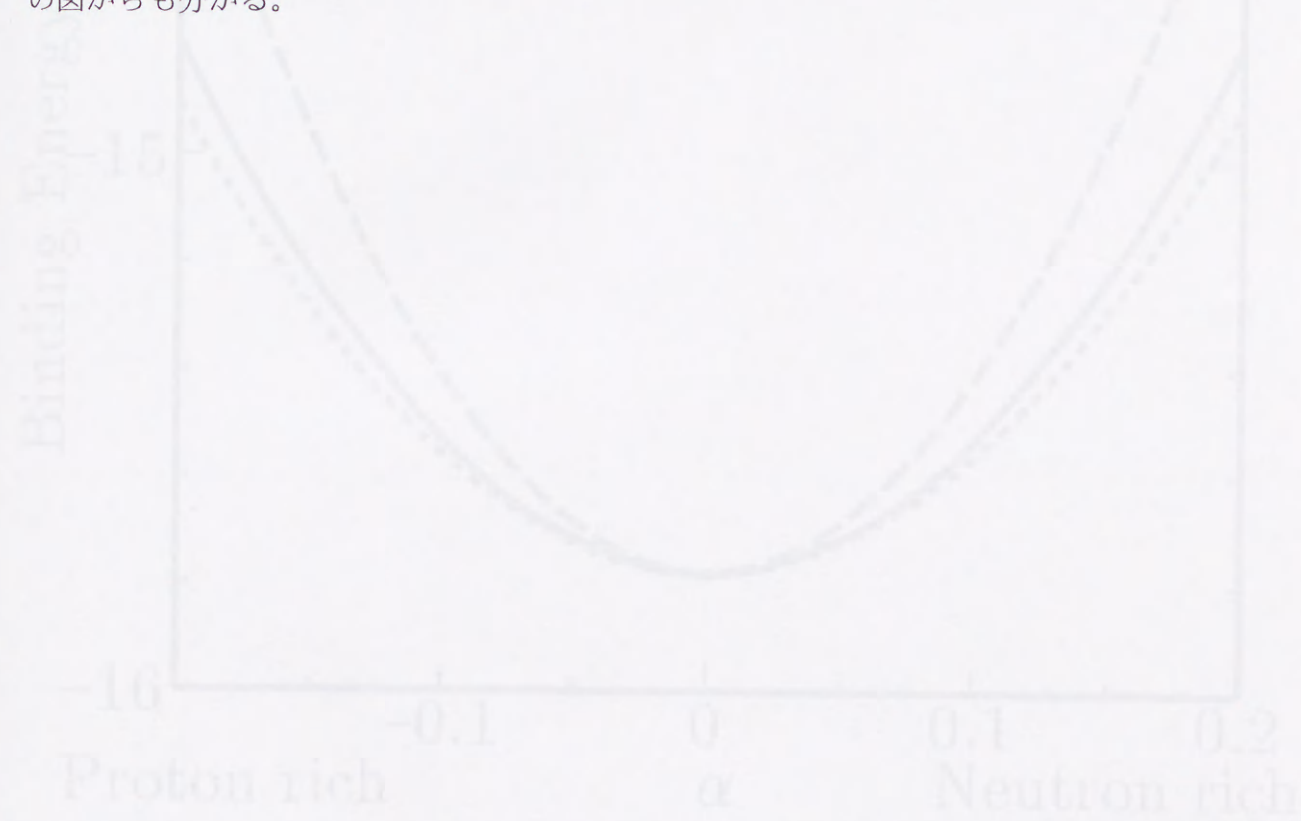


図 12. 核子点近傍での核子点に対する核子の相関



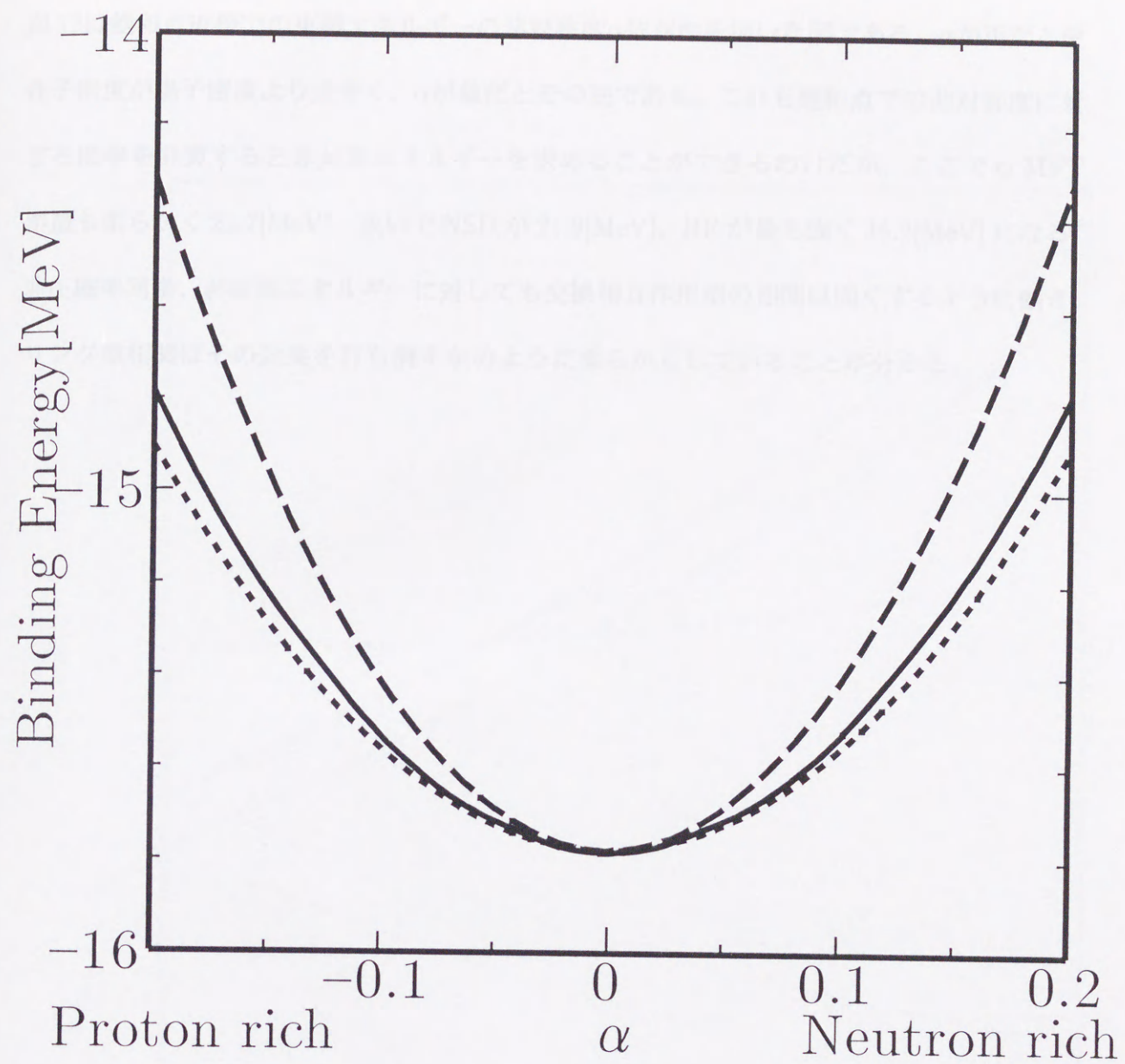


図 12: 飽和点近傍での非対称度に対する飽和曲線



図12は飽和点近傍での束縛エネルギーの非対称度 $\alpha$ 依存性を描いた図である。 $\alpha$ が正だと中性子密度が陽子密度より大きく、 $\alpha$ が負だとその逆である。これも飽和点での非対称度に対する曲率を計算すると非対称エネルギーを求めることができるわけだが、ここでもMFTが最も柔らかく21.7[MeV]、次いでNSDが21.9[MeV]、HFが最も固く36.2[MeV]になる。非圧縮率同様、非対称エネルギーに対しても交換相互作用型の相関は固くするように働き、リング型相関はその効果を打ち消すかのように柔らかくしていることが分かる。

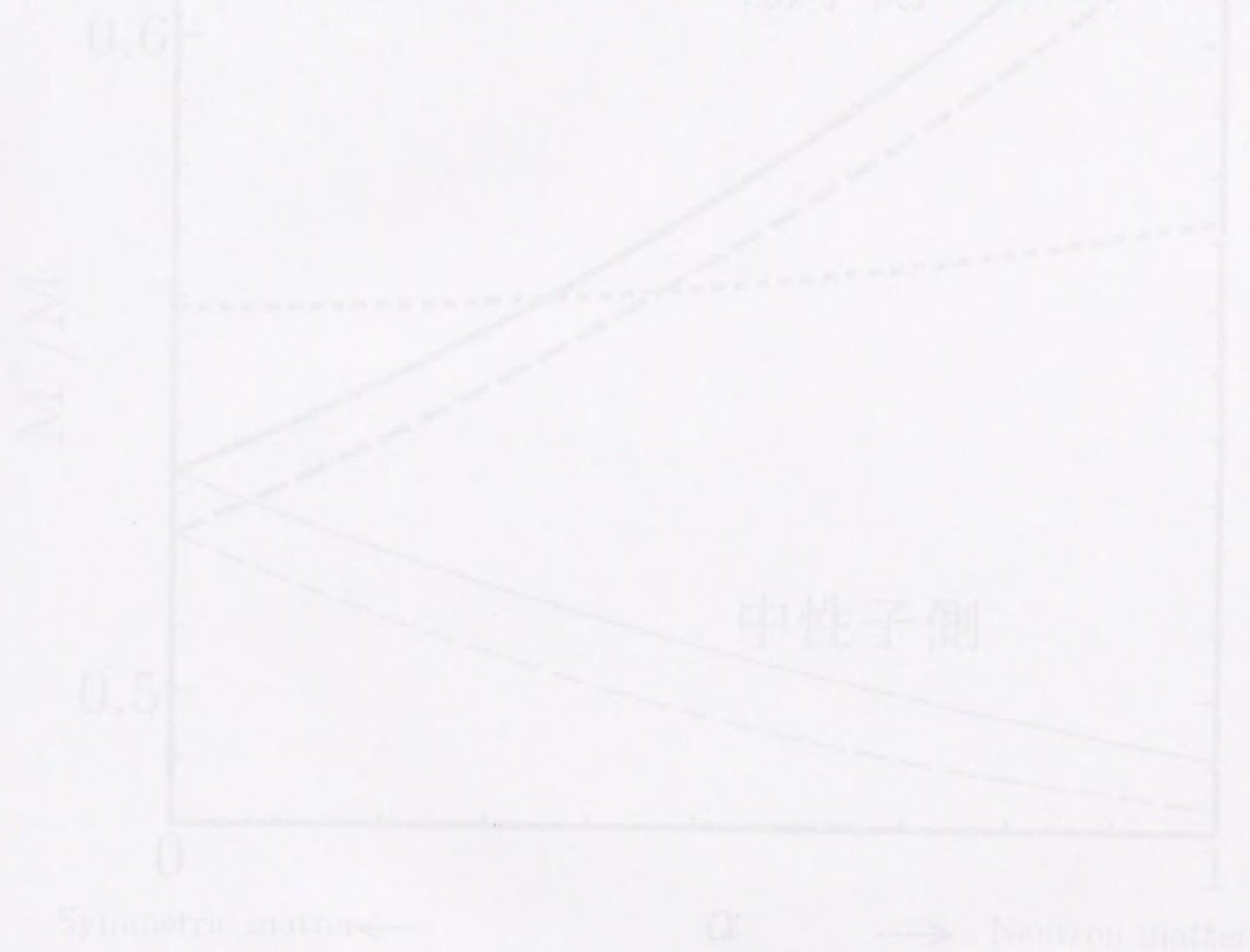


図12 飽和点近傍での束縛エネルギーの非対称度 $\alpha$ 依存性。この図は陽子の、縦い線は中性子、横い線は陽子質量を示す。



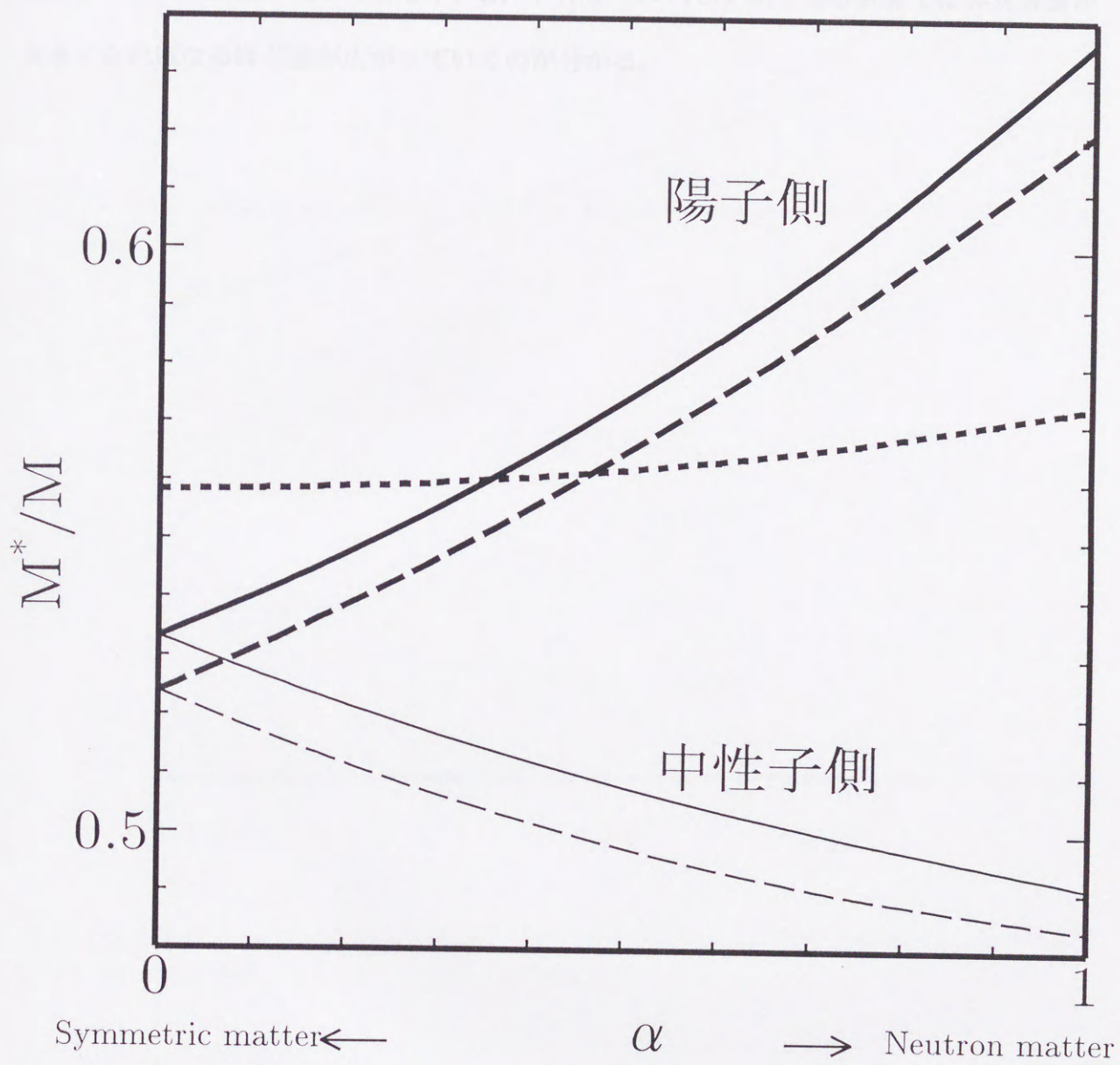


図 13: 通常密度における有効核子質量の非対称度依存性。太い線は陽子の、細い線は中性子の有効核子質量を表す。



図 13は有効核子質量（核子の自己エネルギーのスカラー成分 $\Sigma_s$ ）の非対称度 $\alpha$ 依存性を描いた図である。アイソスカラー中間子だけの $\sigma-\omega$ モデルでの MFT では陽子と中性子の有効核子質量に差は無く同じであるが、HF や NSD 等の Fock 項を含む計算では非対称度が大きくなればなるほど差が広がっていくのが分かる。



図 13 核子質量における核子の自己エネルギーのスカラー成分の非対称度依存性。太い線が陽子の、細い線は中性子の自己エネルギーの時間成分を表す。



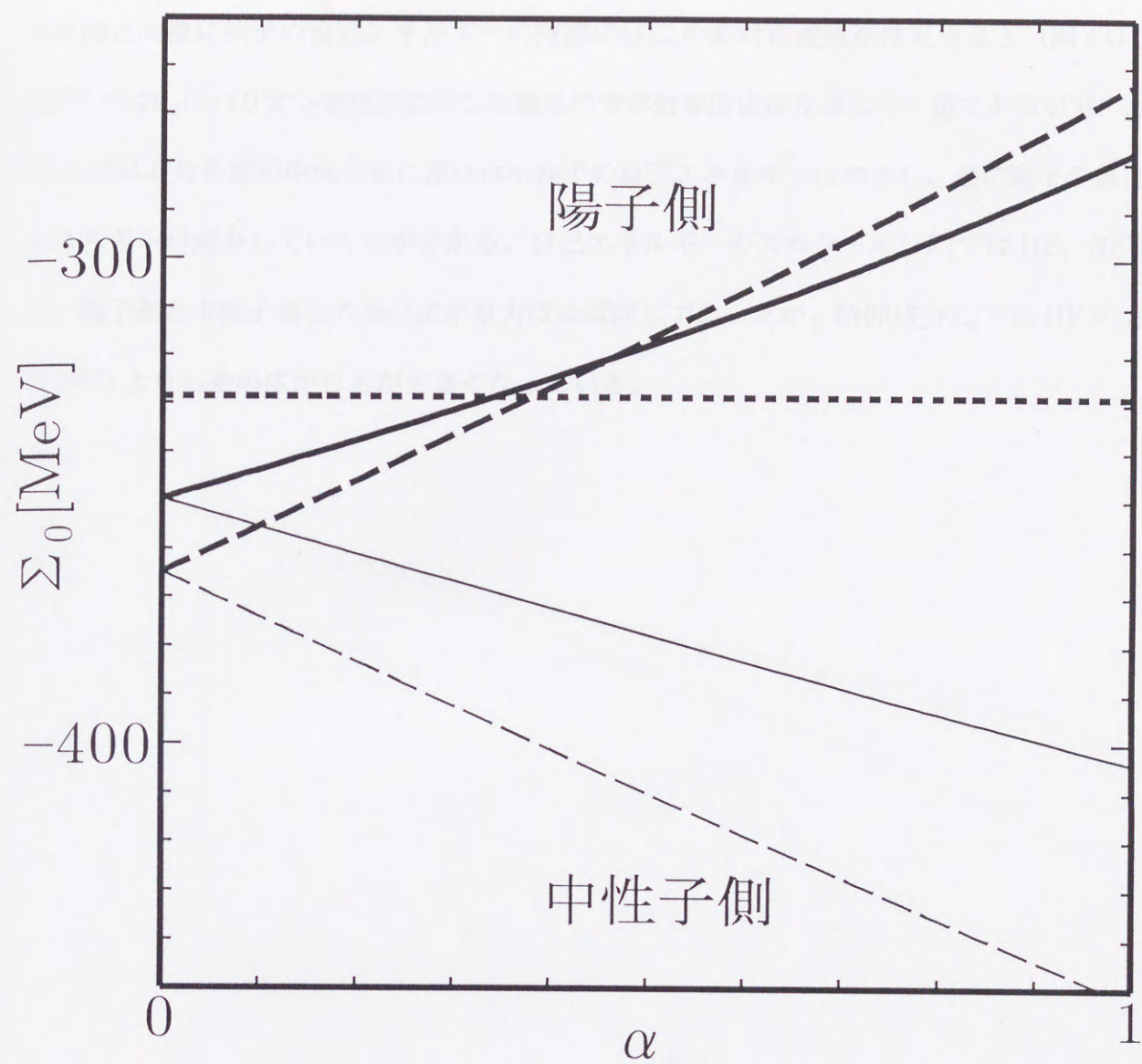


図 14: 通常密度における核子の自己エネルギーの時間成分の非対称度依存性。太い線は陽子の、細い線は中性子の自己エネルギーの時間成分を表す。



先の図と同様に核子の自己エネルギーの時間成分 $\Sigma_0$ の非対称度依存性を見ると（図 14）、MFT では $\Sigma_0$ はバリオン密度に比例した量なので非対称度依存性はなく一定であるが HF と NSD では非対称度が中性子側に傾けば中性子の自己エネルギーは増大し、逆に陽子の自己エネルギーが減少していくのが分かる。自己エネルギーのスカラー成分 $\Sigma_s$ では HF、NSD 共に陽子側と中性子側との差の広がり方はほぼ同じであったが、時間成分 $\Sigma_0$ では HF の方が NSD よりも差の広がり方が大きくなっている。



図 14 核子密度における核子のフェルミエネルギーの非対称度依存性。上い線は中性子の、下い線は陽子のフェルミエネルギーを表す。



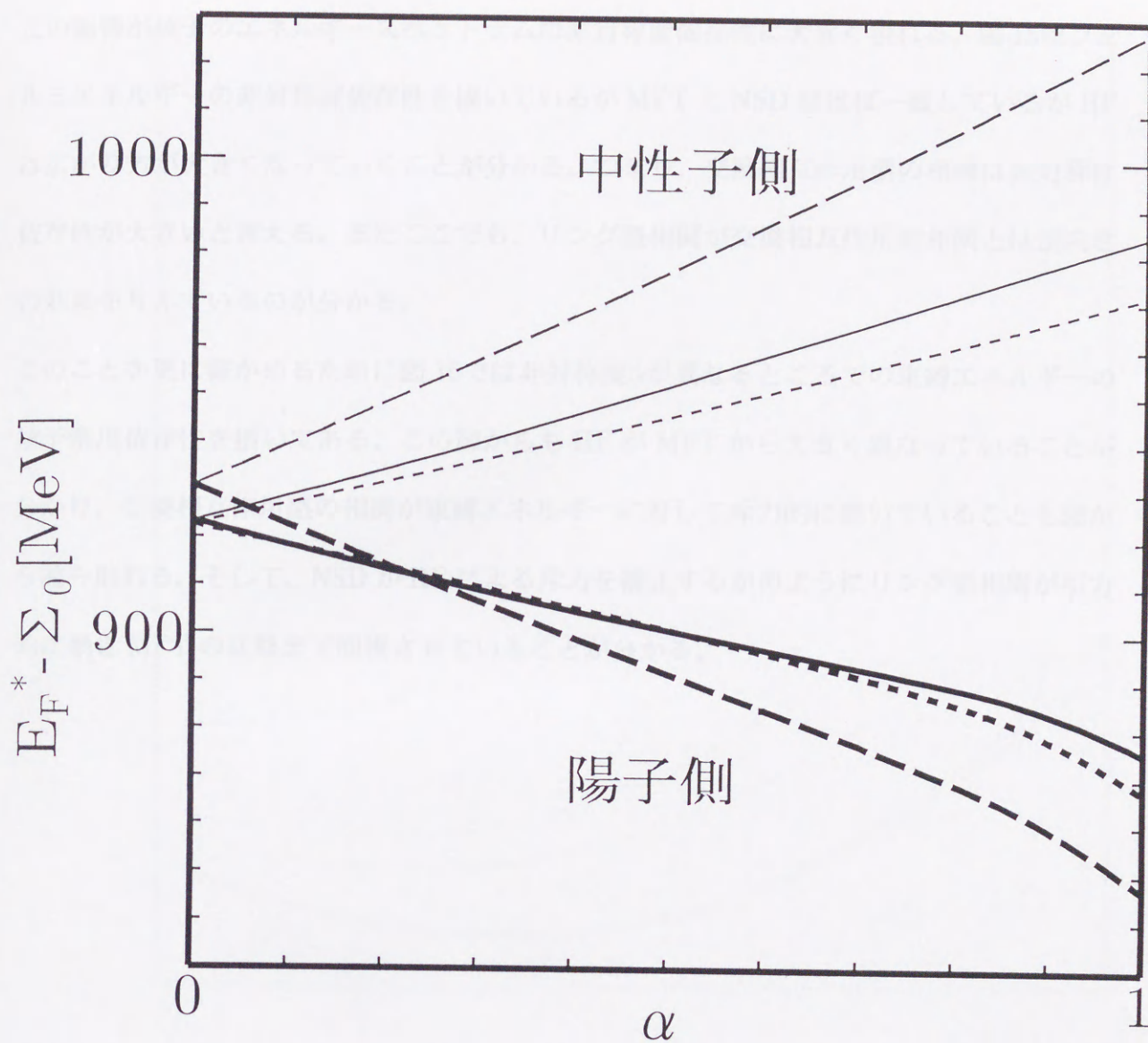


図 15: 通常密度における核子のフェルミエネルギーの非対称度依存性。太い線は陽子の、細い線は中性子のフェルミエネルギーを表す。



この影響が核子のエネルギースペクトラムの非対称度依存性に大きく現れる。図 15 はフェルミエネルギーの非対称度依存性を描いているが MFT と NSD はほぼ一致しているが HF は広がり方が大きくなっていくことが分かる。つまり、交換相互作用型の相関は非対称性依存性が大きいと言える。またここでも、リング型相関が交換相互作用型相関とは逆向きの効果を与えているのが分かる。

このことを更に確かめるために図 16 では非対称度  $\alpha$  が異なるところでの束縛エネルギーの核子密度依存性を描いてある。この図からも HF が MFT から大きく異なっていることが分かり、交換相互作用型の相関が束縛エネルギーに対して斥力的に働いていることも図から読み取れる。そして、NSD が HF による斥力を補正するかのようにリング型相関が引力的に働き MFT の状態まで回復させていることが分かる。

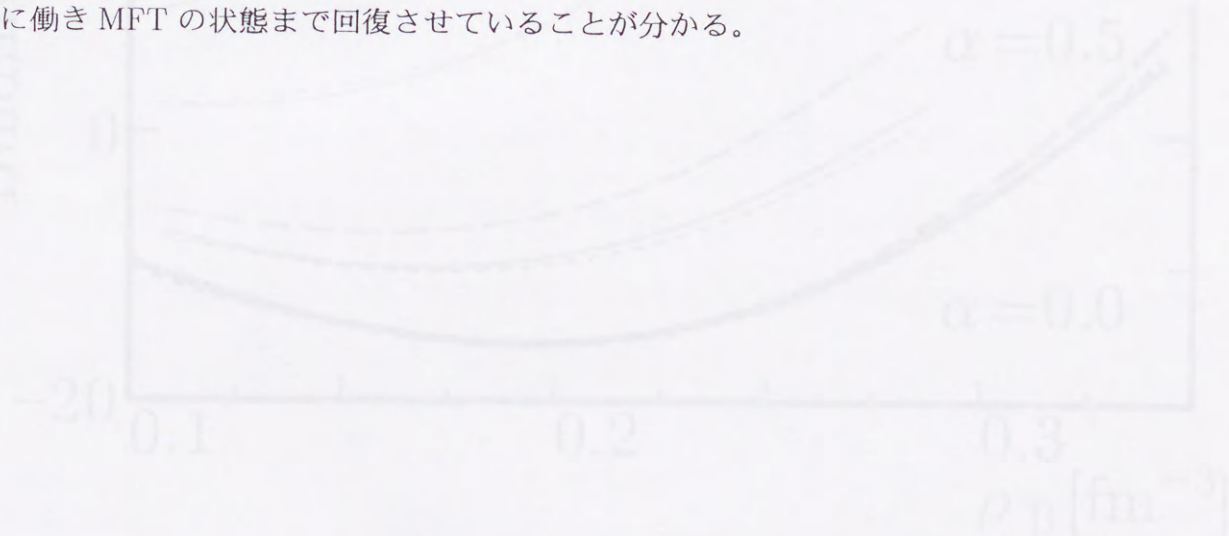


図 16 非対称度  $\alpha$  が異なる核子密度の束縛エネルギーの核子密度依存性。上、下組はそれぞれ物質  $\alpha=0$ 、純粋核  $\alpha=0.5$  の場合を示す。実線は HF、破線は MFT、点線は NSD の結果を示す。



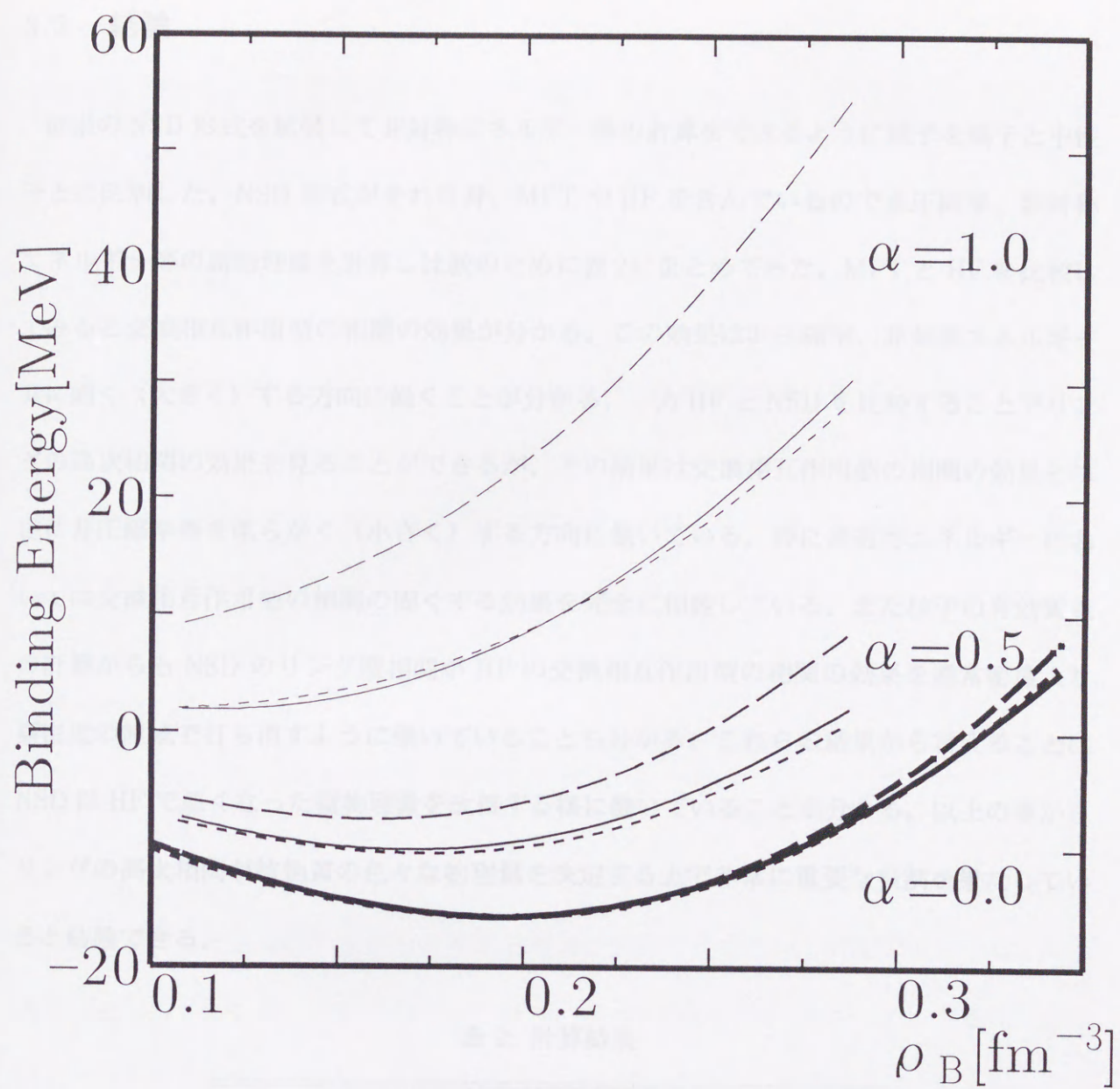


図 16: 非対称度が異なる飽和曲線のバリオン密度依存性。太い線は対称核物質 $\alpha=0$ 、細い線は非対称核物質 $\alpha=0.5$ 、極細線は中性子物質 $\alpha=1$ 。



## 3.2 結論

従来の NSD 形式を拡張して非対称エネルギー等の計算をできるように核子を陽子と中性子とに区別した。NSD 形式がそれ自身、MFT や HF を含んでいるので非圧縮率、非対称エネルギー等の諸物理量を計算し比較のために表 2 にまとめた。MFT と HF を比較してみると交換相互作用型の相関の効果が分かる。この効果は非圧縮率、非対称エネルギー共に固く（大きく）する方向に働くことが分かる。一方 HF と NSD を比較することでリングの高次相関の効果を見ることができ、その結果は交換相互作用型の相関の効果とは逆に非圧縮率等を柔らかく（小さく）する方向に働いている。特に非対称エネルギーにおいては交換相互作用型の相関の固くする効果を完全に相殺している。また核子の有効質量の計算からも NSD のリング型相関が HF の交換相互作用型の相関の効果を通常密度より高密度の領域で打ち消すように働いていることも分かる。これらの結果から言えることは NSD は HF で悪くなった諸物理量を改善する様に働いていることが分かる。以上の事からリングの高次相関が核物質の色々な物理量を決定する上で非常に重要な役割を果たしていると結論できる。

表 2: 計算結果

	$g^\sigma$	$g^\omega$	$K[\text{MeV}]$	$M^*[\text{MeV}]$	$a_4[\text{MeV}]$
MFT	9.574	11.67	533	524	21.7
HF	9.159	10.455	594	492	36.2
NSD	8.98	10.73	541	501	21.9



## Part II

# 古典的分子動力学に基づいた原子核－核子散乱シミュレーション

## 4 Introduction

第一部では核物質をモデルとし NSD formalism を用いて原子核の体積項の特性を研究した。NSD は原子核を相対論的に核子と中間子の多体型として解くことができる有用な手法であったが、この手法は原子核のモデルを核物質と限定した場合でも相当に複雑且つ膨大な計算が必要であった。SD 方程式を用いてより現実的な原子核のモデルである有限核を解くには更に大変な労力と根気が必要となる。

従来からの核反応モデルには光学模型やボルン近似等の弾性散乱を記述する方法や複合核反応理論として Breit-Wigner の公式、Hauser-Feshbach の統計理論が提唱されてきた。これらのモデルにより比較的低いエネルギーでの核反応機構の解明と原子核の状態の理解が得ることができた。しかしながら、粒子加速機の発展にともない入射粒子のエネルギーが高くなるにつれ、また入射粒子の種類が核子、軽イオンから重イオンへと広がるにつれて従来のモデルでは説明できない反応形態が現れるようになった。そこで近年、従来のモデルの欠点を克服するために核反応理論では新しいタイプのシミュレーションとして反応を時間に沿って動力学的に扱う手法が求められるようになってきた [42]–[54]。反応を時間的に動力学的に扱うモデルの一つに CMD(Classical Molecular Dynamics) の方法がある。CMD は核子を古典的な点状粒子として扱い、核子－核子間の有効相互作用のもとで分子動力学的にシミュレーションを行う手法である。この CMD を用いて  $N$  個の核子からなる原子核の束縛状態を再現する。そして再現された原子核に一個の陽子を高エネルギーで入射させ、







## 5 計算方法

原子核では原子分子の分子動力学と違い2体の有効相互作用が明確に決定されていないという問題があるが、CMD では核子-核子間に湯川型ポテンシャルを用いて核力を構成する。

用いられるハミルトニアン方程式は

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_i} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} [v_n(i, j) + v_p(i, j)] \quad (129.1)$$

$$v_n = \sum_{n=1}^3 V_n \frac{\exp(-\mu_n r_{ij})}{r_{ij}} \quad (129.2)$$

$$v_p = \frac{\hbar^2 \xi^2}{5m_i r_{ij}^2} \exp \left[ -2.5 \left( \frac{\mathbf{p}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\hbar \xi} \right)^4 - 1 \right] \delta_{S_i S_j} \quad (129.3)$$

ここで、 $m_i$ 、 $\mathbf{r}_i$ 、 $\mathbf{p}_i$ は*i*番目の核子の質量、座標、運動量を表している。また、 $v_n$ と $v_p$ は核子-核子間の2体の相互作用項で $v_n$ が原子核を束縛させるポテンシャルを構成しているが三つの湯川型ポテンシャルで作られており $V_n, \mu_n$ はそれぞれのポテンシャルの深さとレンジを決めるパラメータである。 $v_p$ はパウリ排他率を示しており核子同士の座標や運動量が近づくと斥力として働く。また、 $\mathbf{r}_{ij}$ と $\mathbf{p}_{ij}$ は核子-核子間の相対座標と相対運動量を表しており以下のように定義する。

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \quad (130.1)$$

$$\mathbf{p}_{ij} = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j \quad (130.2)$$

$$\mathbf{p}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} = (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (130.3)$$



式(129.1) のハミルトニアンから運動方程式を求める。

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} &= +\nabla_{\mathbf{p}_i}\mathcal{H} \\ &= \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} - \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{2\hbar\xi}{m_i r_{ij}^2} \left( \frac{\mathbf{p}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\hbar\xi} \right)^3 \exp \left[ -2.5 \left( \frac{\mathbf{p}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\hbar\xi} \right)^4 - 1 \right] \mathbf{r}_{ij}\end{aligned}\quad (131.1)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} &= -\nabla_{\mathbf{r}_i}\mathcal{H} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \left\{ V_n \frac{(1 + \mu_n r_{ij})}{r_{ij}^3} \exp(-\mu_n r_{ij}) + \frac{\hbar^2 \xi^2}{5m_i r_{ij}^4} \exp \left[ -2.5 \left( \frac{\mathbf{p}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\hbar\xi} \right)^4 - 1 \right] \right\} \mathbf{r}_{ij} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{\hbar\xi}{m_i r_{ij}^2} \left( \frac{\mathbf{p}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\hbar\xi} \right)^3 \exp \left[ -2.5 \left( \frac{\mathbf{p}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\hbar\xi} \right)^4 - 1 \right] \mathbf{p}_{ij}\end{aligned}\quad (131.2)$$

初期条件 この運動方程式に初期値を与え時間発展させるわけだが標的核に $^{12}\text{C}$ を設定している。この標的核の初期値には次の条件を満たすことを要求する。それは、核子12個が束縛し、その束縛エネルギーが $-8[\text{MeV}]$ 、及び $^{12}\text{C}$ の核半径や核子密度分布が再現できるように設定する。これらの条件を満たすパラメータとして以下のセットを使う。

$n$	1	2	3
$\mu_n$	1.28	0.64	0.32
$V_n$	690.5	-232.96	22.37

$$\xi = 2.14$$

また標的核は基底状態にあるので全角運動量や重心の運動量が無いことも要求する。



$$L = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i = 0 \quad (132.1)$$

$$P = \sum \mathbf{p}_i = 0 \quad (132.2)$$

標的核 $^{12}\text{C}$ に陽子を入射エネルギー 300[MeV] で散乱させ、陽子の散乱角度と終状態のエネルギーを記録する。これを数万イベント繰り返し散乱データを集め散乱角度とエネルギー毎の微分散乱断面積を計算する。



## 5.1 計算結果

これらの図は $^{12}\text{C}$ に陽子を入射エネルギー 300MeV で散乱させ、出てきた陽子のエネルギーに対する微分散乱断面積を描いている。図 17、図 18、図 19は散乱角度  $30^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $50^\circ$ である。前方散乱系の  $30^\circ$ では微分散乱断面積のピークは大体実験値と合っている。また、ピーク値のすぐそばに肩のような第二のピークがあるがこれは原子核内のペアリングによる効果である。最大のピークは核子-核子散乱により説明できる。第二のピークも核子-核子散乱により説明できるが、それは入射粒子がその 2 倍の質量をもつ核子に散乱されたときのピークと合う。入射粒子の速度を  $v$  とし  $\alpha$  倍の質量を持つ粒子との散乱後の速度を  $s$  とすると  $s$  と  $v$  との間には次の関係式が成り立つ。

$$s = \frac{v}{1+\alpha} \left( \cos \theta_e + \sqrt{\alpha^2 - 1 + \cos^2 \theta_e} \right)$$

この式から同質量の核子で散乱されたときのエネルギー  $E_1$  と  $\alpha$  倍の質量で散乱された時のエネルギー  $E_2$  との比をとる。

$$E_2 = \frac{m}{2} s^2 = \frac{mv^2}{2} H = E_1 H$$

$$H = \left[ \frac{1}{1+\alpha} \left( \cos \theta_e + \sqrt{\alpha^2 - 1 + \cos^2 \theta_e} \right) \right]^2$$

となる。この式を使い、 $\theta_e = 30^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $50^\circ$ での  $\alpha = 1$  と 2 の場合を図示すると (図 20) それぞれのピークが合うことがわかる。このことから原子核内での核子同士が強く束縛されていると示唆される。中間エネルギー領域では CMD、QMD 共に実験値には足らない。こ



れは多重散乱の効果や非弾性散乱の効果が無いためと思われる。40°、50°と後方散乱になるとピーク値および中間エネルギー領域でもほぼ実験値に合うようになる。

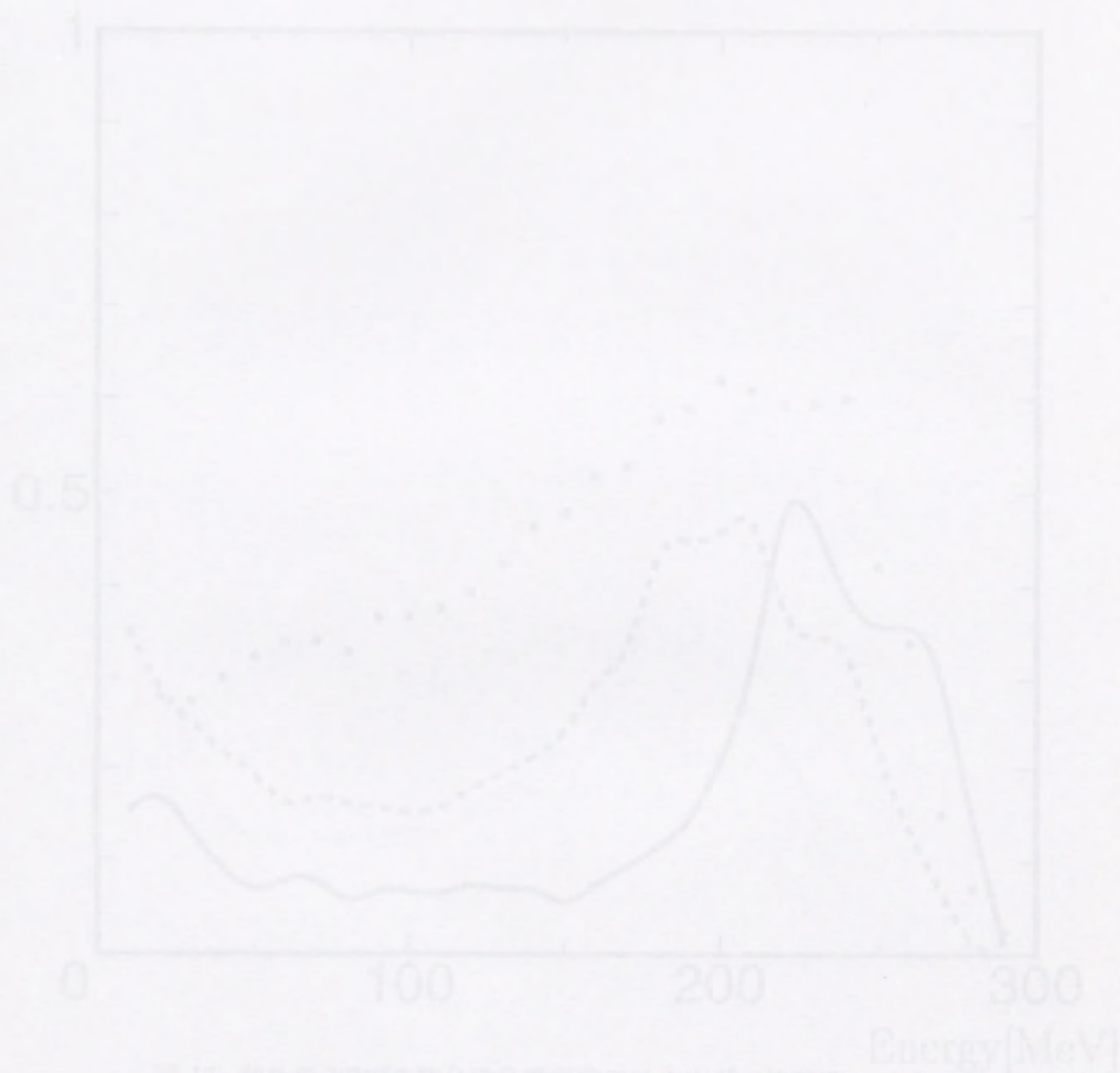


図 17: 散乱角 40° と 50° の微分断面積のエネルギー依存性。



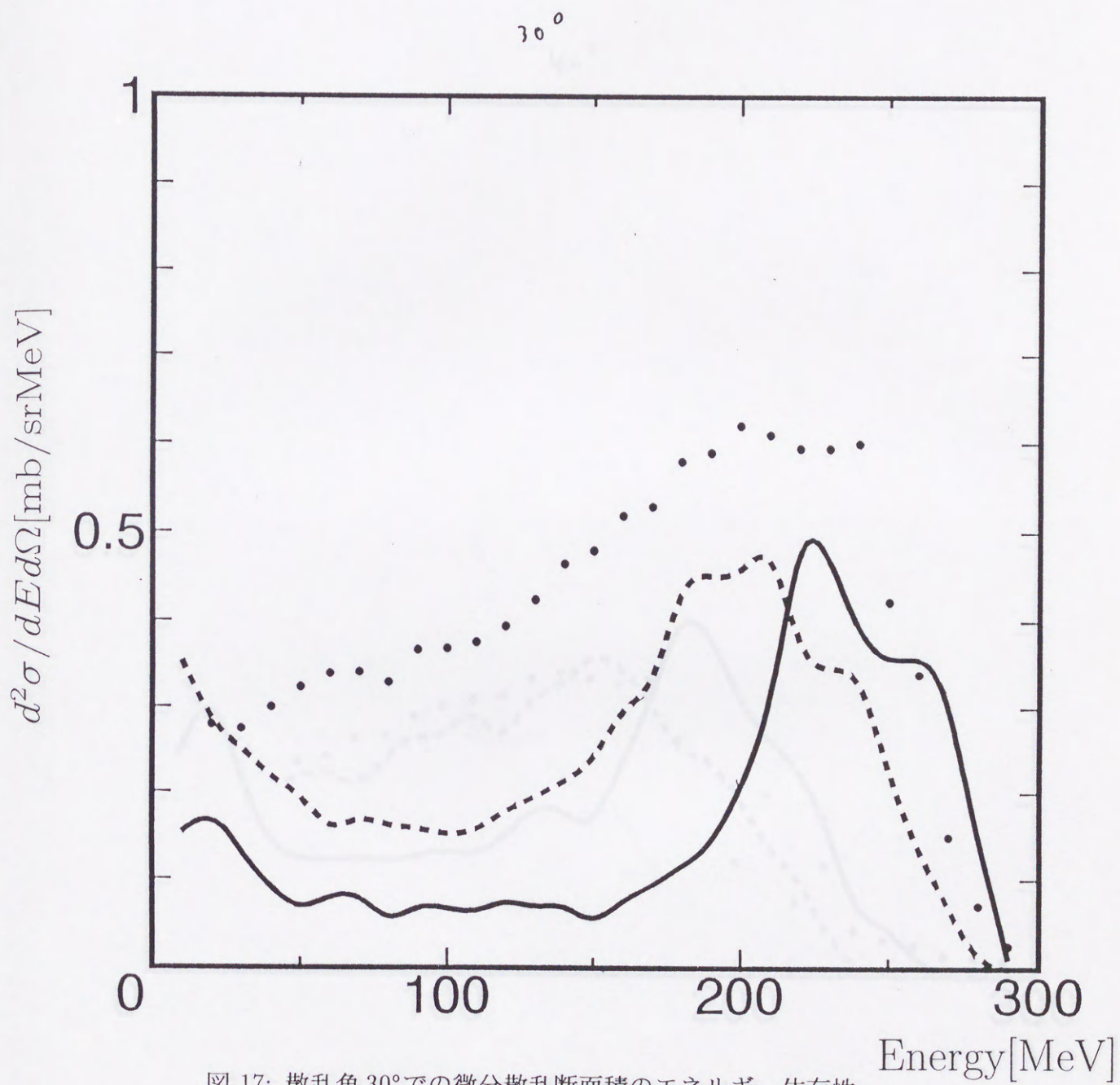


図 17: 散乱角 30°での微分散乱断面積のエネルギー依存性。



40°

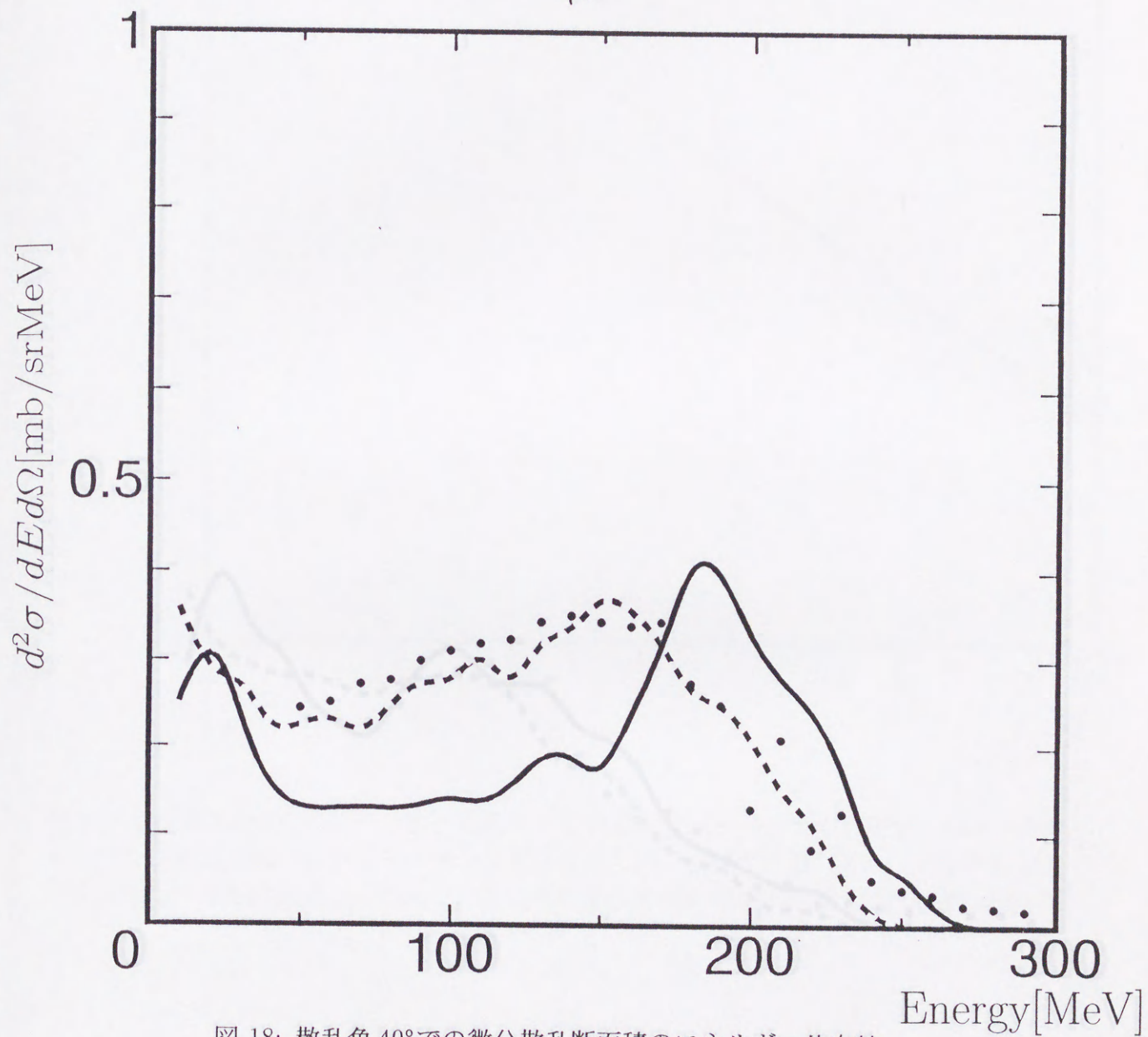


図 18: 散乱角 40°での微分散乱断面積のエネルギー依存性。



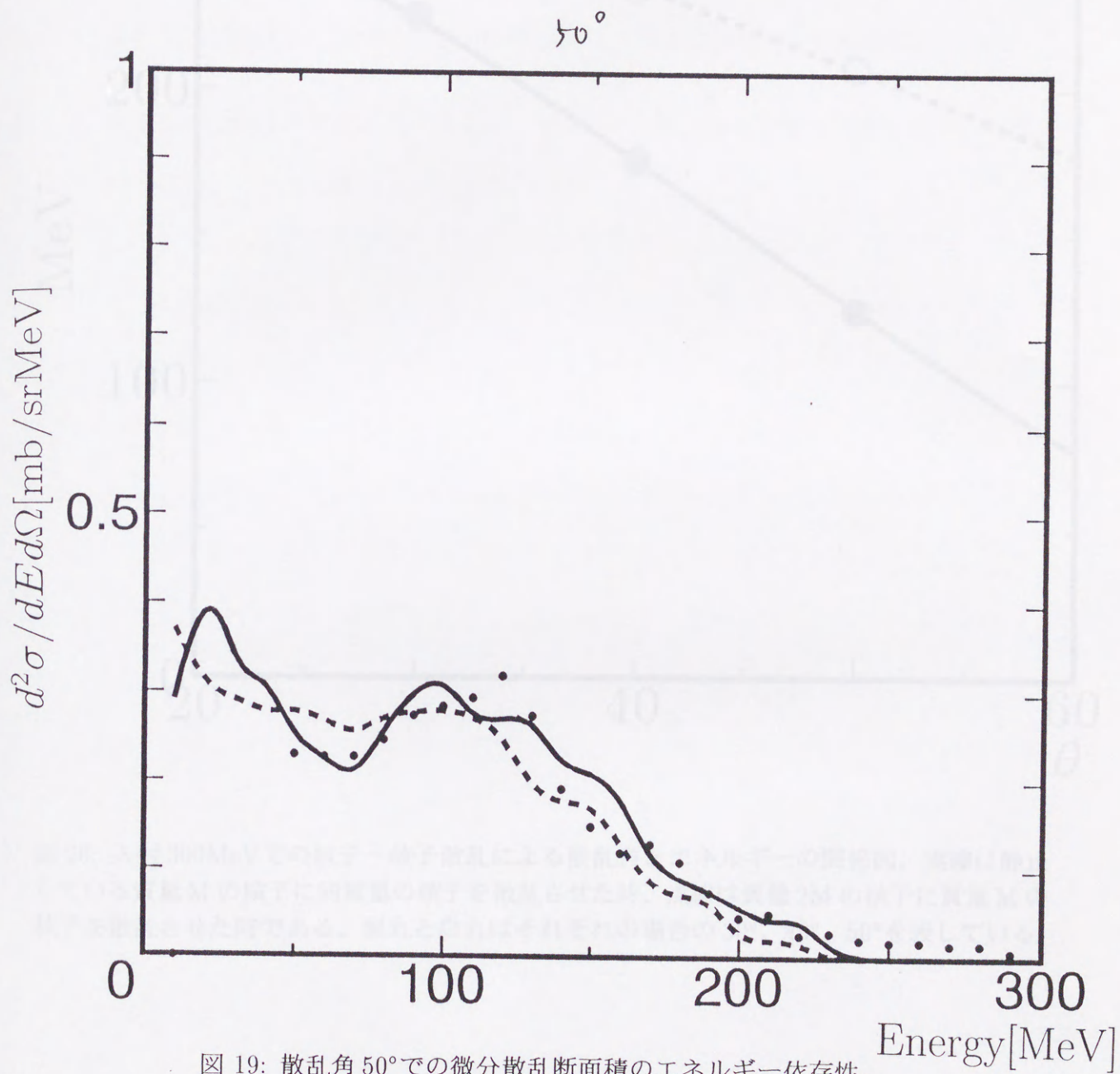


図 19: 散乱角  $50^\circ$ での微分散乱断面積のエネルギー依存性。



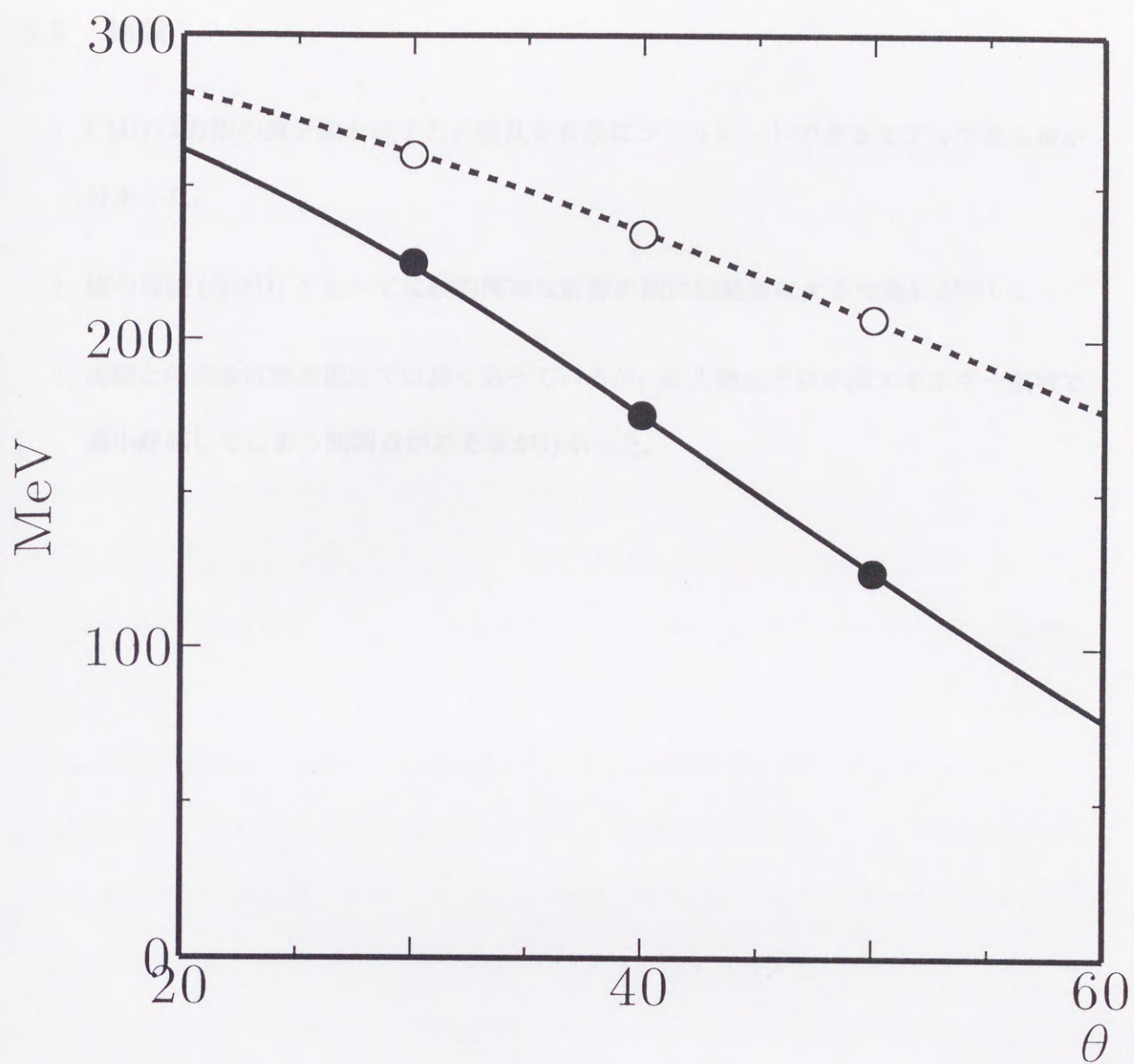


図 20: 入射 300MeVでの核子-核子散乱による散乱角とエネルギーの関係図。実線は静止している質量  $M$  の核子に同質量の核子を散乱させた時、点線は質量  $2M$  の核子に質量  $M$  の核子を散乱させた時である。黒丸と白丸はそれぞれの場合の  $30^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $50^\circ$ を表している。



## 5.2 結論

1. CMD は有限の原子核と核子との散乱を有効にシミュレートできるモデルである事が分かった。
2. 他の理論 (QMD) と比べて比較的簡単な計算の割には結果に大きな違いがない。
3. 実験との比較は後方散乱では良くあっているが、前方散乱では中間エネルギー領域で過小評価してしまう問題点がある事が分かった。



## 6 まとめ

第一章ではこれまでの原子核理論の歴史的背景と従来の非相対論的原子核理論の問題点、その問題点を克服するために原子核を相対論的多体系として扱う必要性があることを述べた。更に、媒質効果に対するリング型相関の寄与が核物質の飽和特性に重要な効果を与えるので、それを取り扱うために NSD formalism を採用することを述べた。

第二章では素粒子物理分野で広く使われている零密度系での SD 方程式を原子核の有限密度系のモデルである核物質に適用するための定式化を行った。従来からの研究との比較のため、またその扱いが他の中間子と比べ容易である $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子で核力を構成する Walecka モデルを採用した。従来から研究されてきた相対論的原子核理論の HF 理論では中間子の媒質効果を考えずに自由粒子として扱っていたが、NSD 方程式ではリング型相関の高次項を非摂動的に取り込める理論であり、核子と中間子を媒質効果の立場から対等に取り扱える点にこの理論の特徴がある。また中間子の媒質効果を考える上で真空偏極からの寄与を考慮する必要があるが、 $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子の Walecka モデルでは繰り込み可能なモデルであるために中間子の自己エネルギーの真空偏極効果の発散処理が行えた。更に今までの NSD では対称核物質のみを研究対象にしていたが、陽子密度と中性子密度が異なる非対称核物質を扱えるように拡張し、アイソベクター中間子も取り扱えるようにした。その時、従来から用いられている核子の伝播関数の DF 表示ではアイソベクター中間子の扱いに注意する必要があり、正しく扱うためには PHA 表示を用いる必要性を述べた。NSD にはいくつかの近似が使われているが、結節点関数には裸近似を用いた。結節点関数に裸近似以上のコレクションを用いれば梯子型相関を取り込むことができるが、裸近似以上のスキームでは方程式が閉じないためである。また、核子の自己エネルギーには真空偏極の補正は入れない。これは全密度領域に渡って起こるゴースト・ポールの問題のためである。



真空からの揺らぎによる補正は大きく、結節点関数による補正や形状因子の導入が不可欠であると思われるが、今後の課題としたい。NSD 方程式にこれらの近似を使って核物質の飽和特性を調べた。

第三章では NSD 方程式で解かれた核物質の飽和特性や非対称エネルギーを平均場近似 (MFT) や Hartree Fock (HF) 近似と比較した。MFT と HF を比較することで交換相互作用型の相関の効果を、また NSD と HF を比較することでリング型相関の効果を調べることができる。MFT、HF、NSD それぞれのモデルで核物質の飽和特性を満たすように核子と中間子の結合定数を決定し、バリオン密度毎の束縛エネルギーを求め、非圧縮率や非対称エネルギーを計算した。その結果、非圧縮率、非対称エネルギー共に交換相互作用型の相関は固くするように働き、リング型相関は交換相互作用型の効果を打ち消すかのように柔らかくする方向に働いた。核子の自己エネルギーに対しては低密度ではリング型相関の効果は小さく高密度になるにつれ交換相互作用型の相関の効果を打ち消す働きがあることが分かった。

第四章では従来からの核反応モデルは比較的低いエネルギーでの核反応機構の理解に大きな成果を修めてきた。しかしながら、粒子加速器の発達に伴い高エネルギーでの実験データが得られるようになるとこれまでの理論では説明できない現象が出てきた。この問題を解決するために反応を時間に沿って動力学的に扱う Classical Molecular Dynamics (CMD) の方法を用いることの有用性を述べた。

第五章では CMD で得られた散乱分布を実験値と比較し、古典的な動力学がどのくらい有効であるかを調べた。その結果、CMD は有限の原子核と核子との散乱を有効にシミュレートできるモデルであり、QMD と比べても大きな違いが無いことが分かった。また、実験との比較から後方散乱は良く合うことが分かった。しかし、前方散乱では中間エネルギー



を過小評価する問題点があることが分かった。

本論の NSD では  $\sigma$ - $\omega$  モデルだけで、核物質の飽和特性や非対称エネルギーについて調べたが、他の中間子 (特に非対称エネルギーにはアイソベクター中間子である  $\pi$ 、 $\rho$  等) からの寄与を考慮する必要がある。またゴースト・ポールを除去するために形状因子、結節点関数のコレクションの導入を考える必要がある。更に有限核への適用が最終的な目標としてある。CMD では前方散乱における中間エネルギーを過小評価する問題があったが、これは多重散乱や核子の中間状態の効果が足りないと思われる。今後の展望、課題としてこれらの問題を解決していきたい。



## 参考文献

- [1] L. D. Miller and A. E. S. Green, *Phys. Rev. C* **5**(1972), 241.
- [2] J. D. Walecka, *Ann. of Phys.* **83**, 491(1974).
- [3] C.J.Horowitz and B.D.Serot, *Nucl.Phys.* **A368**(1981) 503.
- [4] C.J.Horowitz and B.D.Serot, *Nucl.Phys.* **A399**(1983) 529.
- [5] C.J.Horowitz and B.D.Serot, *Nucl.Phys.* **A464**(1987) 613.
- [6] T.Kohmura, T.Suzuki, M.Cauvin, M.Danos and V.Gillet, *Nucl. Phys.* **A449**(1986),729.
- [7] H.Kurasawa and T.Suzuki, *Nucl. Phys.* **A490**(1988) 571.
- [8] R.Brockmann and R.Machleidt, *Phys. Rev. C* **42**(1990) 1965.
- [9] R.Machleidt, *Adv. Nucl. Phys.* **19**(1989)189.
- [10] 初田 哲男, 塩見 浩之、日本物理学会誌 **Vol 49**, 1002(1994),  
H. Shiomi and T. Hatsuda, *Phys. Lett. B* **334**, 281(1994).
- [11] M. Nakano, A. Hasegawa, H. Kouno, and K. Koide, *Phys. Rev.C* **49**, 3061(1994).
- [12] M. Nakano, T. Mitsumori, M. Muraki, K. Koide, H. Kouno, and A. Hasegawa, *Phys. Rev.C* **49**, 3076(1994).
- [13] A. Hasegawa, K. Koide, T. Mitsumori, M. Muraki, H. Kouno, and M. Nakano, *Prog. Theo. Phys.* **Vol. 92**, 331(1994)



- [14] A. Hasegawa, T. Mitsumori, M. Muraki, K. Koide, H. Kouno, and M. Nakano, *Prog. Theo. Phys.* **Vol. 93**, 757(1995)
- [15] S. A. Chin and J. D. Walecka, *Phys. Lett.* **52B**, 24(1974).
- [16] S. A. Chin, *Ann. of Phys.* **108**, 301(1977).
- [17] J. I. Kapusta, *Phys. Rev.* **C23**, 1648(1980).
- [18] K. Saito, T. Maruyama and K. Soutome, *Phys. Rev.* **C40**, 407(1989).
- [19] M. Nakano and A. Hasegawa, *Phys. Rev.* **C43**, 618(1991).
- [20] K. Tanaka and W. Bentz, *Nucl. Phys.* **A540**, 383(1992).
- [21] R. J. Furnstahl, R. J. Perry and B. D. Serot, *Phys. Rev.* **C40**, 321(1989).
- [22] L.S.Celenza, A.Pantzris and C.M.Shakin, *Phys.Rev.* **C45**(1991)205.
- [23] H. Pagels, *Phys. Rev.* **15**, 2991(1977).
- [24] J. Baker, J. S. Ball and F. Zachariasen, *Nucl. Phys.* **B186**, 531(1981).
- [25] V. A. Miransky, *Nuovo Cimento* **A90**, 149(1985).
- [26] V. Sh Gogokhia, *Phys. Lett.* **B224**, 177(1989).
- [27] K. Kondo, Y. Kikukawa and H. Mino, *Phys. Lett.* **B220**, 270(1989).
- [28] J. Schwinger, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **37**, 452(1951).
- [29] F. J. Dyson, *Phys. Rev.* **75**, 1736(1949).
- [30] C. J. Horowitz, *Nucl. Phys.* **A412**, 228(1984).



- [31] C. J. Horowitz, *Relativistic Dynamics and Quark- Nuclear Physics*,  
edited by M. B. Johnson and A. Picklesimer( Wiley, New York, 1986), p. 251.
- [32] R. J. Furnstahl and C. J. Horowitz, *Nucl. Phys.* **A485**, 632(1988).
- [33] K.Lim, Ph.D. Thesis in the Dept. of Phys., Indiana Univ. (1990). K.Lim and  
C.J.Horowitz, *Nucl.Phys.* **A501**(1989), 729.
- [34] M. P. Allendes and B. D. Serot, *Phys. Rev.* **C45**, 2975(1992).
- [35] G. Krein, M. Nielsen, R. D. Puff and L. Wilets, *Phys Rev* **C47**, 2485(1993).
- [36] M. Prakash, P. J. Ellis and J. I. Kapusta, *Phys. Rev.* **C45**, 2518(1992).
- [37] M. Danos, V. Gillet and M. Cauvin, *Method in relativistic nuclear physics*  
( North-Holland, Amsterdam, 1984).
- [38] C. Itzykson and J. -B. Zuber, *Quantum Field Theory* ( McGraw-Hill, New York, 1980).
- [39] C. J. Ward, *Phys. Rev.* **78**, 1824(1950).
- [40] Y. Takahashi, *Nuovo Cimento* **6**, 370(1957).
- [41] N.Noda, A.Hasegawa, H.Kouno, M.Nakano, *Prog.Theor. Phys.* **vol.97**no.3(1997)
- [42] G.Peter, D.Behrens, and C.C.Noack, *Phys.Rev.* **C49**, 3253(1994).
- [43] J.P.Bondorf, H.T.Feldmeier, S.Garpman, and E.C.Halbert, *Phys. Lett.* **65B**, 217(1976)
- [44] J.P. Bondorf, P.J. Siemens, S.Garpman, and E.C.Halbert, *Z.Phys.* **A279**, 385(1976)
- [45] E.C.Halbert, *Phys. Rev.* **C23**, 295(1981)



- [46] J.D. Stevenson, *Phys. Rev. Lett.***41**, 1702(1978)
- [47] Y.Yariv and Z. Fraenkel, *Phys. Rev.***C20**, 2227(1979)
- [48] Y.Yariv and Z. Fraenkel, *Phys. Rev.***C24**, 488(1981)
- [49] K.K.Gudima and V.D.Toneev, *Yad.Fiz.***27**, 658(1978)
- [50] K.K.Gudima, H. Iwe, and V.D.Toneev, *J. Phys. G* **5**, 229(1979)
- [51] J.Cugnon, T.Mizutani, and J.Vandermeulen, *Lett. Nuovo Cimento***28**, 55(1980)
- [52] J.Cugnon, *Phys. Rev.***C22**, 1885(1980)
- [53] Y.Kitazoe, M.Sano, Y.Yamamura, H.Furutani, and K. Yamamoto, *Phys. Rev.***C29**, 828(1984)
- [54] Y.Kitazoe, M.Gyulassy, P.Danielewicz, H.Toki, Y. Yamamura, and M.Sano  
*Phys.Lett.***138B**, 341(1984)



## 謝辞

指導教官である長谷川 照氏には色々と研究に対する指導、助言をいただき、たいへんお世話になり感謝します。河野 宏明氏にも指導、助言をしていただきました。熊野 俊三氏、植原 正行氏にもお世話になりました。原子核理論研究室の小井手 一晴氏、三森 智裕氏、村木 勝氏、角田 信行氏、岩崎 能尊氏、坂元 克明氏 各位には議論や助言をしていただきました。産業医科大学の中野 正博氏には研究の指導、助言を懇切丁寧にしていただきたいへん感謝しています。関係者各位には改めて感謝の意を表します。



## A 付録

ここでは本文中に載せることができなかった計算の詳細を付録として付ける。

### A.1 表記法

この論文で使用する notation 及び記号の説明をここでまとめる。

虚数を表す記号として一般的に  $i$  を用いるが添え字の  $i$  と混同するおそれがあるため、ここでは太字の  $\boldsymbol{i}$  を使う。

$\gamma$  は Dirac 行列で、 $2 \times 2$  の pauli 行列  $\sigma_i$  と単位行列  $I$  を使って次のように表される。

$$\gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_i \\ i\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \gamma_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (\text{A1})$$

この行列は次の反交換関係を満たしている。

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu] = \gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu} \quad (\text{A2})$$

また、この論文では 4 元ベクタを次のように定義している。

$$A_\mu = (A_i, A_4) = (A_i, \boldsymbol{i}A_0) \quad (\text{A3})$$



4元ベクターの各成分を表すときにはギリシャ文字の $\mu$ や $\nu$ を使い、 $A_\mu$ や $B_\nu$ と表す。この定義では、4元ベクターのスカラー積は、

$$A_\mu B_\mu = A_i B_i + A_4 B_4 = A_i B_i - A_0 B_0 \quad (\text{A4})$$

と表される。また、何も断らない場合は3元ベクターを $\mathbf{A}$ と太字で表し、その各成分を添え字として $i, j, \dots$ 等のアルファベットを用いて $A_i$ や $A_j$ と表す。

フェルミオンの伝播関数を表すときに4元運動量 $k_\mu$ に $\gamma$ 行列を掛けているが、表記法としてファインマンスラッシュを用いる

$$\not{k} = \gamma_\mu k_\mu = (\gamma_i \mathbf{k}_i, \gamma_4 k_4) = (\gamma_i \mathbf{k}_i, i\gamma_0 k_0) \quad (\text{A5})$$

核子の伝播関数を表す記号として $G$ を、核子の自己エネルギーに $\Sigma$ 、中間子の伝播関数に $D$ 、中間子の自己エネルギーに $\Pi$ を使って表す。核子の伝播関数 $G$ にはDensity partやFeynman part等の種類があるが、その表記法として $G^D$ や $G^F$ と右肩に $D$ や $F$ を付ける。更に核子の種類(陽子、中性子)を区別するときは右下に $p$ や $n$ を付けて $G_p$ や $G_n$ と表す。中間子の質量や核子との結合定数には $m$ と $g$ を用いるが中間子の種類を表すにはそれぞれ $m_\alpha$ 、 $g^\alpha$ と右下、右肩に添え字を付ける( $\alpha$ は中間子を表す添え字 $\alpha = \sigma, \omega, \eta, \dots$ )。

また、 $D$ 、 $\Sigma$ 、 $\Pi$ には右肩に中間子を表す添え字を付け、右下に成分を区別する添え字を付ける。例えば、

$D_\ell^{\rho+}$ は正荷電を持った $\rho$ 中間子の縦方向成分の伝播関数を、 $\Sigma_{0p}^\sigma$ は $\sigma$ 中間子からの寄与による



陽子の自己エネルギーの時間成分を、 $\Pi_{mR}^{\sigma\omega}$  は  $\sigma$  中間子と  $\omega$  中間子混合で作られる中間子の自己エネルギーの混合項の実部をそれぞれ表している。

表 1) は  $\text{SU}(6)$  対称性での陽子と中間子の  $\text{SU}(6)$  と  $\text{SU}(3)$  及び、 $\text{SU}(2)$  等中間子の結合を記している。ここで  $\sigma$  中間子と  $\omega$  中間子は、核物質中での相互作用を記述するために用いられ、最も簡単なモデルの一つである。また  $\rho$  中間子と  $\omega$  中間子は非対称エネルギー等により陽子と中子とを区別する重要な中間子であり、核子核子の相互作用を考慮するとき、これらの中間子はよく知られた核子核子の相互作用である。これらの中間子に  $\rho$  中間子や  $\omega$  中間子を加えると、 $\text{SU}(6)$  の結合定数を用いて核子の状態に結びつけ、 $\text{SU}(6)$  ポテンシャルで記述された中間子になる。

これは  $\text{SU}(6)$  を用いて、 $\sigma$  中間子と  $\omega$  中間子はスカラー中間子、 $\rho$  中間子と  $\omega$  中間子はベクトル中間子、 $\rho$  中間子と  $\omega$  中間子は擬スカラー中間子である。1 はアイソスピンを表して  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{5}{2}$  はアイソスカラー中間子であり、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{2}$  はアイソベクター中間子である。また  $\sigma$  は  $\text{SU}(6)$  を、 $\rho$  は陽子と中間子の結合作用で核子の結合点をあらわしている。 $\sigma$  中間子については擬スカラー型の結合型と擬ベクトル型の結合型があるが、一般には擬ベクトル型の結合が用いられる。この論文では従来の計算と比較するために  $\text{SU}(6)$  モデルを採用し、核子核子相互作用における  $\text{SU}(6)$  対称性の破れの性質を調べる。



## A.2 中間子の種類

核物質の研究で用いられる代表的な中間子の種類とその特徴を述べる。

表(3)はbare vertex近似での各中間子のvertex $\Gamma$ とfree mass及び、J,I,P等中間子の特徴を表記している。ここで $\sigma$ 中間子と $\omega$ 中間子は、核物質中での飽和特性を満たす為に使われる、最も簡単なモデルの一つである。また $\pi$ 中間子や $\rho$ 中間子は非対称エネルギー等に大きな寄与を与える重要な中間子であり、原子核の媒質効果を考える上で、これらの中間子は基本的な構成粒子と考えられている。これらの中間子に $\eta$ 中間子や $a_0(\delta)$ 中間子を加えると、freeの結合定数を用いて核力の説明に成功したBonnポテンシャルで用いられた中間子になる。

Jは全スピンを表していて $\sigma$ 中間子と $\delta$ 中間子はスカラー中間子、 $\omega$ 中間子と $\rho$ 中間子はベクター中間子、 $\eta$ 中間子と $\pi$ 中間子は擬スカラー中間子である。Iはアイソスピンを表しており、 $\sigma$ 、 $\omega$ 、 $\eta$ はアイソスカラー中間子であり、 $\delta$ 、 $\rho$ 、 $\pi$ はアイソベクター中間子である。またPはパリティを、 $\Gamma$ は核子と中間子の相互作用での裸の結節点をあらわしている。 $\pi$ 中間子については擬スカラー型の結合型と擬ベクター型の結合型があるが、一般には擬ベクター型の結合が用いられる。この論文では従来の計算と比較するために $\sigma-\omega$ モデルを採用し、非対称核物質におけるリング型高次相関の性質を研究する。



中間子	free mass	J	I	P	$\Gamma$
$\sigma$	550	0	0	+	$+g^\sigma$
$\omega$	783	1	0	-	$+ig^\omega\gamma_\mu$
$\eta_{ps}$	549	0	0	-	$+ig^\eta\gamma_5$
$\eta_{pv}$					$+i\frac{f^\eta}{m_\eta}\gamma_\mu\gamma_5\partial_\mu$
$\delta(a_0)$	980	0	1	+	$+g^\delta\tau$
$\rho$	768	1	1	-	$+ig^\rho(\gamma_\mu\tau - \frac{\kappa^\rho}{2M}\sigma_{\mu\lambda}\tau\partial_\lambda)$
$\pi_{ps}$	138	0	1	-	$+ig^\pi\gamma_5\tau$
$\pi_{pv}$					$+i\frac{f^\pi}{m_\pi}\gamma_\mu\gamma_5\tau\partial_\mu$



## B Nucleon Selfenergy

### B.1 核子の自己エネルギーの一般式

#### B.1.1 核子の自己エネルギーの一般式

ここでは核子の自己エネルギーについての計算式をまとめる。

$$\begin{aligned}\Sigma_H^\alpha(k) &= -i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma D^\alpha(0,0) \text{Tr}[\Gamma G(q)] \\ &= +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma \frac{1}{m_\alpha^2} \text{Tr}[\Gamma G(q)]\end{aligned}\quad (\text{B6})$$

$$\Sigma_b^{\alpha c}(k) = +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma G_a(q) \Gamma D^{\alpha c}(k-q), \quad (\alpha = \sigma, \omega, \pi, \rho, \dots) \quad (\text{B7})$$

古典場にはアイソスカラー中間子の $\sigma$ 、 $\omega$ 、アイソベクター中間子の $\delta$ 、 $\rho$ がある Hartree term

$\sigma$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\sigma(k) = +i \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \text{Tr}[G_a(q)] \quad (\text{B8})$$

$\omega$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\omega(k) = -i \left( \frac{g^\omega}{m_\omega} \right)^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \gamma_0 \text{Tr}[\gamma_0 G_a(q)] \quad (\text{B9})$$

$\delta$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\delta(k) = +i \left( \frac{g^\delta}{m_\delta} \right)^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \boldsymbol{\tau} \text{Tr}[\boldsymbol{\tau} G_a(q)] \quad (\text{B10})$$



$\rho$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\rho(k) = -i \left( \frac{g^\rho}{m_\rho} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \gamma_0 \tau \text{Tr}[\tau \gamma_0 G_a(q)] \quad (\text{B11})$$

SD 項には Hartree 項の中間子に加えて擬スカラー中間子である $\eta$ や $\pi$ からの寄与がある。

SD term

$\sigma$ -meson

$$\Sigma_a^\sigma(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^\sigma G_a(q) \Gamma^\sigma \tilde{D}_{55}^{\sigma\omega}(R) \quad (\text{B12})$$

$$= +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (+g^\sigma) G_a(q) (+g^\sigma) \tilde{D}_{55}^{\sigma\omega}(R) \quad (\text{B13})$$

$\omega$ -meson

$$\Sigma_a^\omega(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma_\mu^\omega G_a(q) \Gamma_\nu^\omega \tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R) \quad (\text{B14})$$

$$= +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (+i g^\omega \gamma_\mu) G_a(q) (+i g^\omega \gamma_\nu) \tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R) \quad (\text{B15})$$

$\sigma\omega$ -mixing

$$\Sigma_a^{\sigma\omega}(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [\Gamma^\sigma G_a(q) \Gamma_\nu^\omega \tilde{D}_{5\nu}^{\sigma\omega}(R) + \Gamma_\mu^\omega G_a(q) \Gamma^\sigma \tilde{D}_{\mu 5}^{\sigma\omega}(R)] \quad (\text{B16})$$

$$= +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [(+g^\sigma) G_a(q) (+i g^\omega \gamma_\nu) \tilde{D}_{5\nu}^{\sigma\omega}(R) + (+i g^\omega \gamma_\mu) G_a(q) (+g^\sigma) \tilde{D}_{\mu 5}^{\sigma\omega}(R)] \quad (\text{B17})$$

$\eta$ -meson , pseudo scalar 型

$$\Sigma_a^{\eta ps}(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^{\eta ps} G_a(q) \Gamma^{\eta ps} D^{\eta ps}(R) \quad (\text{B18})$$



$$= +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (+ig^\eta \gamma_5 \tau) G_a(q) (+ig^\eta \gamma_5 \tau) D^{\eta ps}(R) \quad (B19)$$

$\eta$ -meson , pseudo vector 型

$$\Sigma_a^{\eta pv}(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^{\eta pv} G_a(q) \Gamma^{\eta pv} D^{\eta pv}(R) \quad (B20)$$

$$= +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left( -\frac{f^\eta}{m_\eta} \not{R} \gamma_5 \right) G_a(q) \left( +\frac{f^\eta}{m_\eta} \not{R} \gamma_5 \right) D^{\eta pv}(R) \quad (B21)$$

$\delta$ -meson

$$\Sigma_b^\delta(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^\delta G_a(q) \Gamma^\delta \tilde{D}_{55}^{\delta \rho^c}(R) \quad (B22)$$

$$= +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (+g^\delta \tau) G_a(q) (+g^\delta \tau) \tilde{D}_{55}^{\delta \rho^c}(R) \quad (B23)$$

$\rho$ -meson

$$\Sigma_{b\mu\nu}^\rho(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma_\mu^\rho G_a(q) \Gamma_\nu^\rho \tilde{D}_{\mu\nu}^{\delta \rho^c}(R)$$

$$\Gamma_\mu^\rho = +ig^\rho [\gamma_\mu - i \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R})] \tau, \quad \Gamma_\nu^\rho = +ig^\rho [\gamma_\nu + i \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R})] \tau \quad (B24.1)$$

$\rho$ -meson , Vector part

$$\Sigma_{b\mu\nu}^{\rho V}(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (+ig^\rho \gamma_\mu \tau) G_a(q) (+ig^\rho \gamma_\nu \tau) \tilde{D}_{\mu\nu}^{\delta \rho^c}(R) \quad (B24.2)$$

$\rho$ -meson , Tensor part

$$\Sigma_{b\mu\nu}^{\rho T}(k) = +i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left[ +g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \tau \right] G_a(q) \left[ -g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R}) \tau \right] \tilde{D}_{\mu\nu}^{\delta \rho^c}(R)$$



$\rho$ -meson , Vector-Tensor part

$$\Sigma_{b\mu\nu}^{\rho VT}(k) = +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \left\{ (+ig^\rho \gamma_\mu \tau) G_a(q) \left[ -g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R}) \tau \right] + \left[ +g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \tau \right] G_a(q) (+ig^\rho \gamma_\nu \tau \right.$$

$\pi$ -meson , pseudo scalar 型

$$\Sigma_b^{\pi ps}(k) = +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma^{\pi ps} G_a(q) \Gamma^{\pi ps} D^{\pi ps}(R) \quad (B25)$$

$$= +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} (+ig^\pi \gamma_5 \tau) G_a(q) (+ig^\pi \gamma_5 \tau) D^{\pi ps}(R) \quad (B26)$$

$\pi$ -meson , pseudo vector 型

$$\Sigma_b^{\pi pv}(k) = +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma^{\pi pv} G_a(q) \Gamma^{\pi pv} D^{\pi pv}(R) \quad (B27)$$

$$= +i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \left( -\frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \tau \right) G_a(q) \left( +\frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \tau \right) D^{\pi pv}(R) \quad (B28)$$

### B.1.2 古典場 (Hartree term) の $\text{Tr}[\Gamma G]$ の計算

ここでは Hartree 項の密度依存部にも発散部の計算でも使う共通部分を先に計算する。

$\text{Tr}[\Gamma(-i\not{q}^* + M_q^*)]$  の計算

$\sigma$ -meson

$$\text{Tr}[-i\not{q}^* + M_q^*] = 4M_q^* \quad (B29)$$

$\omega$ -meson

$$\text{Tr}[\gamma_0(-i\not{q}^* + M_q^*)] = 4q_0^* \quad (B30)$$



$\delta$ -meson

$$\text{Tr}[-i\not{q}^* + M_q^*] = 4M_q^* \quad (\text{B31})$$

$\rho$ -meson

$$\text{Tr}[\gamma_0(-i\not{q}^* + M_q^*)] = 4q_0^* \quad (\text{B32})$$

### B.1.3 $\Gamma G \Gamma D$ の計算. その 1

正確には  $\Gamma^\alpha(-i\not{q}^* + M_q^*)\Gamma^\alpha D^\alpha$  の計算で、Density part にも Feynman part にもある共通項の計算

核物質の並進対称性や回転対称性からベクター中間子の伝播関数には以下の性質がある。

$$D_{\mu\nu} = D_{\nu\mu} \quad (\text{B33})$$

$$\begin{aligned} \gamma_\mu \gamma_\nu D_{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(\gamma_\mu \gamma_\nu D_{\mu\nu} + \gamma_\nu \gamma_\mu D_{\nu\mu}) = \frac{1}{2}(\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu) D_{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu] D_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} D_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (\text{B34})$$

$$\sum_{\mu=1}^4 \sum_{\nu=1}^4 (R_\mu \gamma_\nu - R_\nu \gamma_\mu) D_{\mu\nu}(R) = 0 \quad (\text{B35})$$

これを考慮してベクター中間子の計算を行う

$\sigma$ -meson

$$\Gamma^\sigma(-i\not{q}^* + M_q^*)\Gamma^\sigma \tilde{D}_{55}^{\sigma\omega}(R)$$



$$\begin{aligned}
&= (+g^\sigma)(-\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)(+g^\sigma)\tilde{D}_{55}^{\sigma\omega}(R) \\
&= +g^{\sigma^2}(-\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)\tilde{D}_{55}^{\sigma\omega}(R)
\end{aligned} \tag{B36}$$

$\omega$ -meson

$$\begin{aligned}
&\Gamma_\mu^\omega(-\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)\Gamma_\nu^\omega\tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R) \\
&= (+\mathbf{i}g^\omega\gamma_\mu)(-\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)(+\mathbf{i}g^\omega\gamma_\nu)\tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R) \\
&= -g^{\omega^2}[-2\mathbf{i}q_\mu^*\gamma_\nu + (\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)\gamma_\mu\gamma_\nu]\tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R) \\
&= -g^{\omega^2}[-2\mathbf{i}q_\mu^*\gamma_\nu + (\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)\delta_{\mu\nu}]\tilde{D}_{\mu\nu}^{\sigma\omega}(R)
\end{aligned} \tag{B37}$$

$\sigma\omega$ -mixing

$$\begin{aligned}
&\gamma_\mu(-\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)\tilde{D}_{\mu 5}^{\sigma\omega}(R) \\
&= [-2\mathbf{i}q_\mu^* + (\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)\gamma_\mu]\tilde{D}_{\mu 5}^{\sigma\omega}(R)
\end{aligned} \tag{B38}$$

$\eta$ -meson , pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}
&\Gamma^{\eta ps}(-\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)\Gamma^{\eta ps}D^{\eta ps}(R) \\
&= (+\mathbf{i}g^\eta\gamma_5)(-\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)(+\mathbf{i}g^\eta\gamma_5)D^{\eta ps}(R) \\
&= -g^{\eta^2}(\mathbf{i}\not{q}^* + M_q^*)D^{\eta ps}(R)
\end{aligned} \tag{B39}$$



$\eta$ -meson , pseudo vector 型

$$\begin{aligned}
& \Gamma^{\eta_{pv}}(-i\not{q}^* + M_q^*)\Gamma^{\eta_{pv}}D^{\eta_{pv}}(R) \\
&= \left(-\frac{f_\eta}{m_\eta}\not{R}\gamma_5\right)(-i\not{q}^* + M_q^*)\left(+\frac{f_\eta}{m_\eta}\not{R}\gamma_5\right)D^{\eta_{pv}}(R) \\
&= -\left(\frac{f_\pi}{m_\pi}\right)^2[2i(R_\lambda q_\lambda^*)\not{R} - iR_\lambda^2\not{q}^* - M_q^*R_\lambda^2]D^{\eta_{pv}}(R)
\end{aligned} \tag{B40}$$

$\rho$ -meson

$\rho$ -meson , Vector part

$$\begin{aligned}
& \gamma_\mu(-i\not{q}^* + M_q^*)\gamma_\nu D_{\mu\nu}^\rho(R) \\
&= [-2iq_\mu^*\gamma_\nu + (i\not{q}^* + M_q^*)\gamma_\mu\gamma_\nu]D_{\mu\nu}^\rho(R) \\
&= [-2iq_\mu^*\gamma_\nu + (i\not{q}^* + M_q^*)\delta_{\mu\nu}]D_{\mu\nu}^\rho(R)
\end{aligned} \tag{B41}$$

$\rho$ -meson , Tensor part

$$\begin{aligned}
& (\not{R}\gamma_\mu - \gamma_\mu\not{R})(-i\not{q}^* + M_q^*)(\not{R}\gamma_\nu - \gamma_\nu\not{R})D_{\mu\nu}^\rho(R) \\
&= 4(R_\mu - \not{R}\gamma_\mu)(-i\not{q}^* + M_q^*)(R_\nu - \not{R}\gamma_\nu)D_{\mu\nu}^\rho(R) \\
&= -4\{i[R_\mu R_\nu\not{q}^* + 2[R_\lambda^2 q_\mu^* - (q_\lambda^* R_\lambda)R_\mu]\gamma_\nu \\
&\quad - 2q_\mu^* R_\nu\not{R} - \not{R}\not{q}(R_\mu\gamma_\nu - R_\nu\gamma_\mu) + [2(q_\lambda^* R_\lambda)\not{R} - R_\lambda^2\not{q}^*]\gamma_\mu\gamma_\nu\} \\
&\quad - M_q^*[R_\mu R_\nu + \not{R}(R_\mu\gamma_\nu - R_\nu\gamma_\mu) - R_\lambda^2\gamma_\mu\gamma_\nu]D_{\mu\nu}^\rho(R)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= -4 \left( \mathbf{i} \{ R_\mu R_\nu \not{q}^* + 2 [ R_\lambda^2 q_\mu^* - (q_\lambda^* R_\lambda) R_\mu ] \gamma_\nu - 2 q_\mu^* R_\nu \not{R} + [ 2 (q_\lambda^* R_\lambda) \not{R} - R_\lambda^2 \not{q}^* ] \delta_{\mu\nu} \} \right. \\
&\quad \left. - M_q^* [ R_\mu R_\nu - R_\lambda^2 \delta_{\mu\nu} ] \right) D_{\mu\nu}^\rho(R)
\end{aligned} \tag{B42}$$

$\rho$ -meson , Vector-Tensor part

$$\begin{aligned}
&[\gamma_\mu (-\mathbf{i} \not{q}^* + M_q^*) (\not{R} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R}) - (\not{R} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R}) (-\mathbf{i} \not{q}^* + M_q^*) \gamma_\nu] D_{\mu\nu}^\rho(R) \\
&= -2 [\gamma_\mu (-\mathbf{i} \not{q}^* + M_q^*) (R_\nu - \not{R} \gamma_\nu) - (R_\mu - \not{R} \gamma_\mu) (-\mathbf{i} \not{q}^* + M_q^*) \gamma_\nu] D_{\mu\nu}^\rho(R) \\
&= +2 \{ \mathbf{i} [\not{q}^* (R_\mu \gamma_\nu - R_\nu \gamma_\mu) + 2 q_\mu^* R_\nu - 2 (q_\lambda^* R_\lambda) \gamma_\mu \gamma_\nu] \\
&\quad + M_q^* [(R_\mu \gamma_\nu - R_\nu \gamma_\mu) + 2 R_\mu \gamma_\nu - 2 \not{R} \gamma_\mu \gamma_\nu] \} D_{\mu\nu}^\rho(R) \\
&= +2 \{ \mathbf{i} [2 q_\mu^* R_\nu - 2 (q_\lambda^* R_\lambda) \delta_{\mu\nu}] + M_q^* [2 R_\mu \gamma_\nu - 2 \not{R} \delta_{\mu\nu}] \} D_{\mu\nu}^\rho(R)
\end{aligned} \tag{B43}$$

$\pi$ -meson , pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}
&\gamma_5 (-\mathbf{i} \not{q}^* + M_q^*) \gamma_5 D^{\pi ps}(R) \\
&= (\mathbf{i} \not{q}^* + M_q^*) D^{\pi ps}(R)
\end{aligned} \tag{B44}$$

$\pi$ -meson , pseudo vector 型

$$\begin{aligned}
&\not{R} \gamma_5 (-\mathbf{i} \not{q}^* + M_q^*) \not{R} \gamma_5 D^{\pi pv}(R) \\
&= [2 \mathbf{i} (R_\lambda q_\lambda^*) \not{R} - \mathbf{i} R_\lambda^2 \not{q}^* - M_q^* R_\lambda^2] D^{\pi pv}(R)
\end{aligned} \tag{B45}$$



#### B.1.4 $\Gamma G \Gamma D$ の計算. その 2

$$\Sigma(k) = \Sigma_s(k) - \gamma_0 \Sigma_0(k) + i\gamma_j k_j \Sigma_v(k) \quad (B46)$$

$$i\not{q} = -\gamma_0 q_0 + i\gamma_j q_j \quad (B47)$$

$$i\not{R} = -\gamma_0 R_0 + i\gamma_j R_j \quad (B48)$$

$$D_{\mu\nu}(R) = \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{R_\mu R_\nu}{R_\lambda^2} \right) D_\ell(R) + \delta_{\mu i} \delta_{\nu j} \left( \delta_{ij} - \frac{R_i R_j}{R^2} \right) [D_t(R) - D_\ell(R)] \quad (B49)$$

$$\delta_{\mu\nu} D_{\mu\nu}(R) = 3D_\ell(R) + 2[D_t(R) - D_\ell(R)] = D_\ell(R) + 2D_t(R) \quad (B50)$$

$$q_\mu^* \gamma_\nu D_{\mu\nu}(R) = \left[ \not{q}^* - \frac{(q_\lambda^* R_\lambda)}{R_\lambda^2} \not{R} \right] D_\ell(R) + \left[ \gamma_i q_i^* - \frac{q^* R}{R^2} \gamma_i R_i \right] [D_t(R) - D_\ell(R)] \quad (B51)$$

$$R_\mu R_\nu D_{\mu\nu}(R) = \left[ R_\lambda^2 - \frac{R_\lambda^2 R_\lambda^2}{R_\lambda^2} \right] D_\ell(R) + \left[ R^2 - \frac{R^2 R^2}{R^2} \right] [D_t(R) - D_\ell(R)] = 0 \quad (B52)$$

$$R_\mu \gamma_\nu D_{\mu\nu}(R) = \left[ \not{R} - \frac{R_\lambda^2}{R_\lambda^2} \not{R} \right] D_\ell(R) + \left[ \gamma_i R_i - \frac{R^2}{R^2} \gamma_i R_i \right] [D_t(R) - D_\ell(R)] = 0 \quad (B53)$$

$$\begin{aligned} q_\mu^* R_\nu D_{\mu\nu}(R) &= \left[ (q_\lambda^* R_\lambda) - \frac{(q_\lambda^* R_\lambda)}{R_\lambda^2} R_\lambda^2 \right] D_\ell(R) + \left( q^* R - \frac{q^* R}{R^2} R^2 \right) [D_t(R) - D_\ell(R)] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (B54)$$

$\sigma$ -meson

$$= +M_q^* \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) + \gamma_0 q_0^* \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) - i\gamma_i q_i^* \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (B55)$$

$\omega$ -meson

$$\begin{aligned} &= +M_q^* \{ 3\tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2[\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \} \\ &\quad - \gamma_0 \left\{ \left[ q_0^* + 2\frac{(q_\lambda^* R_\lambda)}{R_\lambda^2} R_0 \right] \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2q_0^* [\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \right\} \end{aligned}$$



$$+i\gamma_i \left\{ \left[ q_i^* + 2 \frac{(q_\lambda^* R_\lambda)}{R_\lambda^2} R_i \right] \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2 \frac{(q^* R)}{R^2} R_i [\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \right\} \quad (\text{B56})$$

$\pi$ -meson , pseudo scalar

$$= +M_q^* D_s^{\pi ps}(R) - \gamma_0 q_0^* D_s^{\pi ps}(R) + i\gamma_i q_i^* D_s^{\pi ps}(R) \quad (\text{B57})$$

$\pi$ -meson , pseudo vector

$$\begin{aligned} &= -M_q^* R_\lambda^2 D_s^{\pi pv}(R) \\ &\quad + \gamma_0 [R_\lambda^2 q_0^* - 2(R_\lambda q_\lambda^*) R_0] D_s^{\pi pv}(R) \\ &\quad - i\gamma_i [R_\lambda^2 q_i^* - 2(R_\lambda q_\lambda^*) R_i] D_s^{\pi pv}(R) \end{aligned} \quad (\text{B58})$$

$\rho$ -meson

$\rho$ -meson , vector part

$$\begin{aligned} &= +M_q^* \{3D_\ell^\rho(R) + 2[D_t^\rho(R) - D_\ell^\rho(R)]\} \\ &\quad - \gamma_0 \left\{ \left[ q_0^* + 2 \frac{(q_\lambda^* R_\lambda)}{R_\lambda^2} R_0 \right] D_\ell^\rho(R) + 2q_0^* [D_t^\rho(R) - D_\ell^\rho(R)] \right\} \\ &\quad + i\gamma_i \left\{ \left[ q_i^* + 2 \frac{(q_\lambda^* R_\lambda)}{R_\lambda^2} R_i \right] D_\ell^\rho(R) + 2 \frac{(q^* R)}{R^2} R_i [D_t^\rho(R) - D_\ell^\rho(R)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B59})$$

$\rho$ -meson , tensor part

$$\begin{aligned} &= -4M_q^* R_\lambda^2 \{3D_\ell^\rho(R) + 2[D_t^\rho(R) - D_\ell^\rho(R)]\} \\ &\quad - 4\gamma_0 \{[R_\lambda^2 q_0^* - 4(q_\lambda^* R_\lambda) R_0] D_\ell^\rho(R) + 2[R_\lambda^2 q_0^* - 2(q_\lambda^* R_\lambda) R_0] [D_t^\rho(R) - D_\ell^\rho(R)]\} \end{aligned}$$



$$+4i\gamma_i \left\{ [R_\lambda^2 q_i^* - 4(q_\lambda^* R_\lambda) R_i] D_\ell^\rho(R) - 2 \frac{R^2 + R_0^2}{R^2} (q^* R) R_i [D_t^\rho(R) - D_\ell^\rho(R)] \right\} \quad (\text{B60})$$

$\rho$ -meson , vector-tensor part

$$= -4i[(q_\lambda^* R_\lambda) + \gamma_0 R_0 M_q^* - i\gamma_i R_i M_q^*] \{3D_\ell^\rho(R) + 2[D_t^\rho(R) - D_\ell^\rho(R)]\} \quad (\text{B61})$$

## B.2 Density part

### B.2.1 核子の自己エネルギーの Density part

$$G^D(q) = (-i\gamma_\lambda q_\lambda^* + M_q^*) \frac{2\pi i}{2E_q^*} \delta(q_0^* - E_q^*) \theta(q_0) \theta(k_F - |q|) \quad (\text{B62})$$

より、

$$\begin{aligned} & i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\pi i}{E_q^*} \delta(q_0^* - E_q^*) \theta(q_0) \theta(k_F - |q|) \\ &= -\frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^{+\infty} dq_0 \delta(q_0^* - E_q^*) \int_0^{k_F} dq \frac{q^2}{E_q^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \end{aligned} \quad (\text{B63})$$

### B.2.2 Hartree term

Hartree term (古典場) には Real part しかなく、Imaginary part はない。

$\sigma$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\sigma(k) = -\frac{1}{\pi^2} \left( \frac{g^\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \left( \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{qa}^*}{E_{qa}^*} + \int_0^{k_{Fb}} dq q^2 \frac{M_{qb}^*}{E_{qb}^*} \right) \quad (\text{B64a})$$



$$= -\left(\frac{g^\sigma}{m_\sigma}\right)^2 (\rho_{s_a} + \rho_{s_b}) \quad (\text{B64b})$$

$\omega$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\omega(k) = -\frac{1}{\pi^2} \left(\frac{g^\omega}{m_\omega}\right)^2 \left(\frac{k_{F_a}^3}{3} + \frac{k_{F_b}^3}{3}\right) \quad (\text{B65a})$$

$$= -\left(\frac{g^\omega}{m_\omega}\right)^2 (\rho_{B_a} + \rho_{B_b}) \quad (\text{B65b})$$

$\delta$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\delta(k) = -\frac{1}{\pi^2} \left(\frac{g^\delta}{m_\delta}\right)^2 \left(\int_0^{k_{F_a}} dq q^2 \frac{M_{q_a}^*}{E_{q_a}^*} - \int_0^{k_{F_b}} dq q^2 \frac{M_{q_b}^*}{E_{q_b}^*}\right) \quad (\text{B66a})$$

$$= -\left(\frac{g^\delta}{m_\delta}\right)^2 (\rho_{s_a} - \rho_{s_b}) \quad (\text{B66b})$$

$\rho$ -meson

$$\Sigma_{H_a}^\rho(k) = -\frac{1}{\pi^2} \left(\frac{g^\rho}{m_\rho}\right)^2 \left(\frac{k_{F_a}^3}{3} - \frac{k_{F_b}^3}{3}\right) \quad (\text{B67a})$$

$$= -\left(\frac{g^\rho}{m_\rho}\right)^2 (\rho_{B_a} - \rho_{B_b}) \quad (\text{B67b})$$

ただし、 $a \neq b$

### B.2.3 Fock term

Fock term では Real part か Imaginary part かは meson の propagator 次第であり、meson の propagator の Real part をとるなら核子の自己エネルギーも Real part、 $D$ が Imaginary part なら  $\Sigma$ も Imaginary part になる。



$\sigma$ -meson

$$\Sigma_{s_a}^\sigma(k) = -\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{q_a}^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (\text{B68.1})$$

$$\Sigma_{0_a}^\sigma(k) = +\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (\text{B68.2})$$

$$\Sigma_{v_a}^\sigma(k) = +\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi^2 k} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{q_a^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \chi \tilde{D}_s^{\sigma\omega}(R) \quad (\text{B68.3})$$

$\omega$ -meson

$$\Sigma_{s_a}^\omega(k) = +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{q_a}^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \{3\tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2[\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)]\} \quad (\text{B69.1})$$

$$\Sigma_{0_a}^\omega(k) = +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi \left\{ \left[ 1 + 2 \frac{q_\lambda^* R_\lambda}{R_\lambda^2} \frac{R_0}{E_{q_a}^*} \right] \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2 [\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \right\} \quad (\text{B69.2})$$

$$\Sigma_{v_a}^\omega(k) = +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi^2 k} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \left\{ \left[ q_a^* \chi + 2 \frac{q_{a\lambda}^* R_\lambda}{R_\lambda^2} (k - q\chi) \right] \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R) + 2 \frac{q_a^* \cdot R}{R^2} (k - q\chi) [\tilde{D}_t^{\sigma\omega}(R) - \tilde{D}_\ell^{\sigma\omega}(R)] \right\} \quad (\text{B69.3})$$

$\pi$ -meson , pseudo scalar 型

$$\Sigma_{s_b}^{\pi_{ps}}(k) = +\frac{g^{\pi^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{q_a}^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi D_s^{\pi_{ps}^c}(R) \quad (\text{B70.1})$$

$$\Sigma_{0_b}^{\pi_{ps}}(k) = +\frac{g^{\pi^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi D_s^{\pi_{ps}^c}(R) \quad (\text{B70.2})$$

$$\Sigma_{v_b}^{\pi_{ps}}(k) = +\frac{g^{\pi^2}}{8\pi^2 k} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{q_a^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \chi D_s^{\pi_{ps}^c}(R) \quad (\text{B70.3})$$

$\pi$ -meson , pseudo vector 型

$$\Sigma_{s_b}^{\pi_{pv}}(k) = +\frac{f^{\pi^2}}{8m_\pi^2 \pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{q_a}^*}{E_{q_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi R_\lambda^2 D_s^{\pi_{pv}^c}(R) \quad (\text{B71.1})$$



$$\Sigma_{0b}^{\pi_{pv}}(k) = + \frac{f\pi^2}{8m_\pi^2\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ R_\lambda^2 - 2(R_\lambda q_{a\lambda}^*) \frac{R_0}{E_{qa}^*} \right] D_s^{\pi_{pv}}(R) \quad (B71.2)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{vb}^{\pi_{pv}}(k) = & + \frac{f\pi^2}{8m_\pi^2\pi^2 k} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left[ R_\lambda^2 q_a^* \chi - 2(R_\lambda q_{a\lambda}^*) (k - q\chi) \right] D_s^{\pi_{pv}}(R) \end{aligned} \quad (B71.3)$$

$\rho$ -meson

$\rho$ -meson , vector part

$$\Sigma_{sb}^{\rho_V}(k) = + \frac{g^{\rho^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{qa}^*}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \{ 3D_\ell^{\rho^c}(R) + 2[D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R)] \} \quad (B72.1)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{0b}^{\rho_V}(k) = & + \frac{g^{\rho^2}}{8\pi^2} \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left\{ \left[ 1 + 2 \frac{q_\lambda^* R_\lambda}{R_\lambda^2} \frac{R_0}{E_{qa}^*} \right] D_\ell^{\rho^c}(R) + 2 [D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R)] \right\} \end{aligned} \quad (B72.2)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{vb}^{\rho_V}(k) = & + \frac{g^{\rho^2}}{8\pi^2 k} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left\{ \left[ q_a^* \chi + 2 \frac{q_{a\lambda}^* R_\lambda}{R_\lambda^2} (k - q\chi) \right] D_\ell^{\rho^c}(R) + 2 \frac{q_a^* \cdot R}{R^2} (k - q\chi) [D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R)] \right\} \end{aligned} \quad (B72.3)$$

$\rho$ -meson , tensor part

$$\begin{aligned} \Sigma_{sb}^{\rho_T}(k) = & - \frac{g^{\rho^2}}{8\pi^2} \left( \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \frac{M_{qa}^*}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & R_\lambda^2 \left\{ 3D_\ell^{\rho^c}(R) + 2 [D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R)] \right\} \end{aligned} \quad (B73.1)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{0b}^{\rho_T}(k) = & + \frac{g^{\rho^2}}{8\pi^2} \left( \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} dq q^2 \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left\{ \left[ R_\lambda^2 - 4(R_\lambda q_{a\lambda}^*) \frac{R_0}{E_{qa}^*} \right] D_\ell^{\rho^c}(R) \right. \\ & \left. + 2 \left[ R_\lambda^2 - 2(R_\lambda q_{a\lambda}^*) \frac{R_0}{E_{qa}^*} \right] [D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R)] \right\} \end{aligned} \quad (B73.2)$$

$$\Sigma_{vb}^{\rho_T}(k) = + \frac{g^{\rho^2}}{8\pi^2 k} \left( \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi$$



$$\left\{ \left[ R_\lambda^2 q_a^* \chi - 4 (R_\lambda q_{a\lambda}^*) (k - q\chi) \right] D_\ell^{\rho^c}(R) - 2 \frac{R^2 + R_0^2}{R^2} (R \cdot q_a^*) (k - q\chi) \left[ D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R) \right] \right\} \quad (\text{B73.3})$$

$\rho$ -meson , vector-tensor part

$$\Sigma_{sb}^{\rho VT}(k) = + \frac{g^{\rho^2}}{4\pi^2} \frac{\kappa^\rho}{M} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \left( R_\lambda q_{a\lambda}^* \right) \left\{ 3D_\ell^{\rho^c}(R) + 2 \left[ D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R) \right] \right\} \quad (\text{B74.1})$$

$$\Sigma_{0b}^{\rho VT}(k) = - \frac{g^{\rho^2}}{4\pi^2} \frac{\kappa^\rho}{M} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2 M_{qa}^*}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi R_0 \left\{ 3D_\ell^{\rho^c}(R) + 2 \left[ D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R) \right] \right\} \quad (\text{B74.2})$$

$$\Sigma_{vb}^{\rho VT}(k) = - \frac{g^{\rho^2}}{4\pi^2} \frac{\kappa^\rho}{M} \int_0^{k_{Fa}} dq \frac{q^2 M_{qa}^*}{E_{qa}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi (k - q\chi) \left\{ 3D_\ell^{\rho^c}(R) + 2 \left[ D_t^{\rho^c}(R) - D_\ell^{\rho^c}(R) \right] \right\} \quad (\text{B74.3})$$

### B.3 Vacuum part

#### B.3.1 核子の自己エネルギーの Vacuum part

核子の伝播関数  $G$  の Feynman part は Section?? より次のようになっていた。

$$G^F(q) = (-i\gamma_\lambda q_\lambda^* + M_q^*) \frac{-1}{q_\lambda^{*2} + M_q^{*2} - i\varepsilon} \quad (\text{B75})$$

より



Hartree term

$$\begin{aligned}\Sigma_{H_a F}^\alpha(k) &= + \sum_{b=p}^n i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^\alpha \frac{1}{m_\alpha^2} \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_b^F(q)] \\ &= + \sum_{b=p}^n \frac{1}{m_\alpha^2} \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 q_W \Gamma^\alpha \frac{\text{Tr}[\Gamma^\alpha (-i\gamma_\lambda q_{b\lambda}^* + M_{q_b}^*)]}{q_{b\lambda}^{*2} + M_{q_b}^{*2}}\end{aligned}\quad (\text{B76})$$

$\sigma$ -meson

$$\Sigma_{H_a F}^\sigma(k) = + \sum_{b=p}^n \left(\frac{g^\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \frac{4}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 q_W \frac{M_{q_b}^*}{q_{b\lambda}^{*2} + M_{q_b}^{*2}} \quad (\text{B77})$$

constant  $\Sigma$  近似下では、

$$\Sigma_{H_a F}^\sigma(k) = + \sum_{b=p}^n \lim_{\Lambda^2 \rightarrow +\infty} \left(\frac{g^\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \frac{1}{(2\pi)^2} M_b^* \left[ \Lambda^2 - M_b^{*2} \ln \left| \frac{\Lambda^2}{M_b^{*2}} \right| \right] \quad (\text{B78})$$

ここで発散項を  $f^*$  とする。

$$f^*(\Sigma) = M_b^* \left[ \Lambda^2 - M_b^{*2} \ln \left| \frac{\Lambda^2}{M_b^{*2}} \right| \right] \quad (\text{B79})$$

と置いて  $f^*$  を  $\rho = 0$  の回りで、 $\Sigma$  の 3 次まで展開すると発散が取り除ける。有限項を  $\Delta$  とすると、

$$f^* = f + \Sigma \left( \frac{\partial f^*}{\partial \Sigma} \right)_{\rho=0} + \frac{\Sigma^2}{2} \left( \frac{\partial^2 f^*}{\partial \Sigma^2} \right)_{\rho=0} + \frac{\Sigma^3}{3!} \left( \frac{\partial^3 f^*}{\partial \Sigma^3} \right)_{\rho=0} + \Delta \quad (\text{B80})$$

$$\Delta = M_b^{*3} \ln \left| \frac{M_b^{*2}}{M^2} \right| - 2\Sigma M^2 - 5\Sigma^2 M - \frac{11}{3} \Sigma^3 \quad (\text{B81})$$



## C Meson Selfenergy

### C.1 中間子の自己エネルギーの一般式

#### C.1.1 中間子の自己エネルギーの一般式

$$\Pi^\alpha(R) = (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\alpha G(u) \Gamma^\alpha G(u+R)] \quad (\text{C82})$$

$\tau = 0$  の中間子 (isoscalar meson) の自己エネルギー

$\sigma$ -meson

$$\begin{aligned} \Pi^\sigma(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\sigma G_a(u) \Gamma^\sigma G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+g^\sigma) G_a(u) (+g^\sigma) G_a(u+R)] \end{aligned} \quad (\text{C83})$$

$\omega$ -meson, Vector part

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\omega V}(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma_\mu^\omega G_a(u) \Gamma_\nu^\omega G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+ig^\omega \gamma_\mu) G_a(u) (+ig^\omega \gamma_\nu) G_a(u+R)] \end{aligned} \quad (\text{C84})$$

$\sigma$ - $\omega$  meson mixing

$$\begin{aligned} \Pi^{\sigma\omega}(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\sigma G_a(u) \Gamma_0^\omega G_a(u+R) + \Gamma_0^\omega G_a(u) \Gamma^\sigma G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+g^\sigma) G_a(u) (+ig^\omega \gamma_0) G_a(u+R) + (+ig^\omega \gamma_0) G_a(u) (+g^\sigma) G_a(u+R)] \end{aligned} \quad (\text{C85})$$



pseudo scalar の meson には 2type の coupling があり、それぞれの coupling constant には次式のような関係がある。ps pv equivalent

$$\frac{f^{pv}}{m} = \frac{g^{ps}}{2M} \quad (\text{C86})$$

$\eta$ -meson , pseudo scalar 型

$$\begin{aligned} \Pi^{\eta ps}(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^{\eta ps} G_a(u) \Gamma^{\eta ps} G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+i g^\eta \gamma_5) G_a(u) (+i g^\eta \gamma_5) G_a(u+R)] \end{aligned} \quad (\text{C87})$$

$\eta$ -meson , pseudo vector 型

$$\begin{aligned} \Pi^{\eta pv}(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^{\eta pv} G_a(u) \Gamma^{\eta pv} G_a(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[ \left( -\frac{f^\eta}{m_\eta} \not{R} \gamma_5 \right) G_a(u) \left( +\frac{f^\eta}{m_\eta} \not{R} \gamma_5 \right) G_a(u+R) \right] \end{aligned} \quad (\text{C88})$$

$\tau = 1$  の中間子 (isovector meson) の自己エネルギー— $\delta$ -meson

$$\begin{aligned} \Pi^\delta(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\delta G_a(u) \Gamma^\delta G_b(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+g^\delta \tau) G_a(u) (+g^\delta \tau) G_b(u+R)] \end{aligned} \quad (\text{C89})$$

$\rho$ -meson

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^\rho(R) &= -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma_\mu^\rho G_a(u) \Gamma_\nu^\rho G_b(u+R)] \\ \Gamma_\mu^\rho &= i g^\rho [\gamma_\mu - i \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R})] \tau, \quad \Gamma_\nu^\rho = i g^\rho [\gamma_\nu + i \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R})] \tau \end{aligned} \quad (\text{C90.1})$$



$\rho$ -meson, Vector part

$$\Pi_{\mu\nu}^{\rho V}(R) = -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+ig^\rho \gamma_\mu \tau) G_a(u) (+ig^\rho \gamma_\nu \tau) G_b(u+R)] \quad (\text{C90.2})$$

$\rho$ -meson, Tensor part

$$\Pi_{\mu\nu}^{\rho T}(R) = -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[ \left( +g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \tau \right) G_a(u) \left( -g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R}) \tau \right) G_b(u+R) \right] \quad (\text{C90.3})$$

$\rho$ -meson, Vector-Tensor part

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\rho VT}(R) = & -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \\ & \text{Tr} \left[ (+ig^\rho \gamma_\mu \tau) G_a(u) \left( -g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R}) \tau \right) G_b(u+R) \right. \\ & \left. + \left( +g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R} \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \tau \right) G_a(u) (+ig^\rho \gamma_\nu \tau) G_b(u+R) \right] \quad (\text{C90.4}) \end{aligned}$$

$\delta$ - $\rho$  meson mixing

$$\Pi^{\delta\rho}(R) = -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\delta G_a(u) \Gamma_0^\rho G_b(u+R) + \Gamma_0^\rho G_a(u) \Gamma^\delta G_b(u+R)]$$

Vector part

$$\begin{aligned} \Pi^{\delta\rho V}(R) = & -i \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \\ & \text{Tr} \left[ (+g^\delta \tau) G_a(u) (+ig^\rho \gamma_0 \tau) G_b(u+R) + (+ig^\rho \gamma_0 \tau) G_a(u) (+g^\delta \tau) G_b(u+R) \right] \quad (\text{C91}) \end{aligned}$$



Tensor part

$$\begin{aligned}\Pi^{\delta\rho T}(R) &= -i \int \frac{d^4u}{(2\pi)^4} \\ &\quad \text{Tr} \left[ \left( +g^\delta \tau \right) G_a(u) \left( -g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R}\gamma_0 - \gamma_0 \not{R}) \tau \right) G_b(u+R) \right. \\ &\quad \left. + \left( +g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R}\gamma_0 - \gamma_0 \not{R}) \tau \right) G_a(u) \left( +g^\delta \tau \right) G_b(u+R) \right] \end{aligned} \quad (\text{C92})$$

$\pi$ -meson , pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}\Pi^{\pi_{ps}}(R) &= -i \int \frac{d^4u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^{\pi_{ps}} G_a(u) \Gamma^{\pi_{ps}} G_b(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(+i g^\pi \gamma_5 \tau) G_a(u) (+i g^\pi \gamma_5 \tau) G_b(u+R)] \end{aligned} \quad (\text{C93})$$

$\pi$ -meson , pseudo vector 型

$$\begin{aligned}\Pi^{\pi_{pv}}(R) &= -i \int \frac{d^4u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^{\pi_{pv}} G_a(u) \Gamma^{\pi_{pv}} G_b(u+R)] \\ &= -i \int \frac{d^4u}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[ \left( -\frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \tau \right) G_a(u) \left( +\frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \tau \right) G_b(u+R) \right] \end{aligned} \quad (\text{C94})$$

### C.1.2 $\text{Tr}[\ ]$ の計算. その1

Trace 中の計算は Real part、Imaginary part、Feynman part それぞれ共通しているので、Trace とそれ以外の部分とに分ける。

$$G^{FP}(u) = \underline{(-i\psi_\lambda^* + M_u^*)} G^{FP'}(u) \quad (\text{C95.1a})$$

$$G^{FR}(u) = \underline{(-i\psi_\lambda^* + M_u^*)} G^{FR'}(u) \quad (\text{C95.1b})$$

$$G^D(u) = \underline{(-i\psi_\lambda^* + M_u^*)} G^{D'}(u) \quad (\text{C95.1c})$$



$$G^{\bar{D}}(u) = \underline{(-i\not{u}_\lambda^* + M_u^*)} G^{\bar{D}'}(u) \quad (\text{C95.1d})$$

$$G^{FP'}(u) = \frac{-1}{u_\lambda^{*2} + M_u^{*2}} \quad (\text{C95.2a})$$

$$G^{FR'}(u) = -\pi i \delta(u_\lambda^{*2} + M_u^{*2}) \quad (\text{C95.2b})$$

$$G^{\bar{D}'}(u) = \frac{2\pi i}{2E_u^*} \delta(u_0^* - E_u^*) \theta(u_0) \theta(k_F - |\mathbf{u}|) \quad (\text{C95.2c})$$

$$G^{\bar{D}'}(u) = \frac{-\pi i}{2E_u^*} [\delta(u_0^* - E_u^*) \theta(u_0) \theta(|\mathbf{u}| - k_F) + \delta(u_0^* + E_u^*)] \quad (\text{C95.2d})$$

下線が引いてある部分が Trace 計算に関係するところである。

$$\Pi^\alpha(R) = (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma^\alpha \underline{(-i\not{u}_\lambda^* + M_u^*)} \Gamma^\alpha \underline{(-i\not{v}_\lambda^* + M_v^*)}] G'(u, v) \quad (\text{C96.1})$$

$$G'(u, v) = G'(u, v)_R + G'(u, v)_I + G'(u, v)_F \quad (\text{C96.2})$$

$$\begin{aligned} G'(u, v)_R &= G^{\bar{D}'}(u) G^{FP'}(v) \\ &= \frac{-1}{v_\lambda^{*2} + M_v^{*2}} \frac{\pi i}{E_u^*} \delta(u_0^* - E_u^*) \theta(u_0) \theta(k_F - |\mathbf{u}|) \end{aligned} \quad (\text{C96.3})$$

$$\begin{aligned} G'(u, v)_I &= G^{\bar{D}'}(u) G^{\bar{D}'}(v) \\ &= \frac{\pi i}{E_u^*} \frac{-\pi i}{2E_v^*} \delta(u_0^* - E_u^*) \delta(v_0^* - E_v^*) \theta(u_0) \theta(v_0) \theta(k_F - |\mathbf{u}|) \theta(|\mathbf{v}| - k_F) \end{aligned} \quad (\text{C96.4})$$

$$\begin{aligned} G'(u, v)_F &= G^{FP'}(u) G^{FP'}(v) \\ &= \frac{-1}{u_\lambda^{*2} + M_u^{*2}} \frac{-1}{v_\lambda^{*2} + M_v^{*2}} \end{aligned} \quad (\text{C96.5})$$



$\text{Tr}^\alpha[\ ] = \text{Tr}[\Gamma^\alpha G(u)\Gamma^\alpha G(v)]$  の計算は Real part や Imaginary part でも、全て  $\text{Tr}[\Gamma^\alpha(-i\psi^* + M_u^*)\Gamma^\alpha(-i\phi^* + M_v^*)]$  を計算しなくてはならないので、ここでは  $\text{Tr}^\alpha[\ ]$  中の式の計算を行う。

また  $\psi$  や  $\phi$  等の定義は次のようになっている。

$$v = u + R, \quad w = u - R \quad (\text{C97.1})$$

$$\psi = \gamma_\mu u_\mu, \quad \not{R} = \gamma_\mu R_\mu \quad (\text{C97.2})$$

$$\phi = \gamma_\mu v_\mu = \gamma_\mu(u_\mu + R_\mu), \quad \not{\psi} = \gamma_\mu w_\mu = \gamma_\mu(u_\mu - R_\mu) \quad (\text{C97.3})$$

vector meson は 16 成分あるが、核物質中での性質の並進対称性や回転対称性より、縦成分 (longitudinal component) と横成分 (transverse component) の二成分で書き表すことができる。

$$\text{Tr}_t = \text{Tr}_{11} = \text{Tr}_{22} \quad (\text{C98.1})$$

$$\text{Tr}_\ell = \text{Tr}_{33} + \text{Tr}_{44} \quad (\text{C98.2})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\lambda &= \text{Tr}_{11} + \text{Tr}_{22} + \text{Tr}_{33} + \text{Tr}_{44} \\ &= \text{Tr}_\ell + 2\text{Tr}_t \end{aligned} \quad (\text{C98.3})$$

また、axial representation を取っているので、

$$\begin{aligned} R_\mu &= (R_1, R_2, R_3, R_4) \\ &= (0, 0, R, R_4) \end{aligned} \quad (\text{C99})$$

$\tau = 0$  の中間子  $\sigma$ -meson

$$\text{Tr}^\sigma[\ ] = \text{Tr} \left[ (+g^\sigma) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+g^\sigma) (-i\phi_a^* + M_{v_a}^*) \right]$$



$$\begin{aligned}
&= + (g^\sigma)^2 \text{Tr} \left[ -\psi_a^* \psi_a^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^* \right] \\
&= +4 (g^\sigma)^2 \left( -u_{a_\lambda}^* v_{a_\lambda}^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^* \right)
\end{aligned} \tag{C100}$$

$\omega$ -meson, Vector part

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^\omega[ ] &= \text{Tr} \left[ (+ig^\omega \gamma_\mu) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+ig^\omega \gamma_\nu) (-i\psi_a^* + M_{v_a}^*) \right] \\
&= - (g^\omega)^2 \text{Tr} \left[ -\gamma_\mu \psi_a^* \gamma_\nu \psi_a^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^* \gamma_\mu \gamma_\nu \right] \\
&= -4 (g^\omega)^2 \left[ -u_{a_\mu}^* v_{a_\nu}^* - u_{a_\nu}^* v_{a_\mu}^* + (u_{a_\lambda}^* v_{a_\lambda}^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \delta_{\mu\nu} \right]
\end{aligned} \tag{C101}$$

$$\text{Tr}_\ell^\omega[ ] = -8 (g^\omega)^2 \left[ u_{a_\lambda}^* v_{a_\lambda}^* - (u_{a_3}^* v_{a_3}^* - u_{a_0}^* v_{a_0}^*) + M_{u_a}^* M_{v_a}^* \right] \tag{C102}$$

$$\text{Tr}_t^\omega[ ] = -4 (g^\omega)^2 \left[ u_{a_\lambda}^* v_{a_\lambda}^* - (u_{a_1}^* v_{a_1}^* + u_{a_2}^* v_{a_2}^*) + M_{u_a}^* M_{v_a}^* \right] \tag{C103}$$

$$\text{Tr}_\lambda^\omega[ ] = -8 (g^\omega)^2 \left[ u_{a_\lambda}^* v_{a_\lambda}^* + 2M_{u_a}^* M_{v_a}^* \right] \tag{C104}$$

$\sigma$ - $\omega$  mixing part

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\sigma\omega}[ ] &= \text{Tr} \left[ (+g^\sigma) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+ig^\omega \gamma_0) (-i\psi_a^* + M_{v_a}^*) \right. \\
&\quad \left. + (+ig^\omega \gamma_0) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+g^\sigma) (-i\psi_a^* + M_{v_a}^*) \right] \\
&= +4 (g^\sigma g^\omega) (M_{u_a}^* + M_{v_a}^*) (u_{a_0}^* + v_{a_0}^*)
\end{aligned} \tag{C105}$$

$\eta$ -meson  $\eta$ -meson, pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\eta ps}[ ] &= \text{Tr} \left[ (+ig^\eta \gamma_5) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+ig^\eta \gamma_5) (-i\psi_a^* + M_{v_a}^*) \right] \\
&= - (g^\eta)^2 \text{Tr} \left[ +\psi_a^* \psi_a^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^* \right]
\end{aligned}$$



$$= -4(g^\eta)^2 (+u_{a\lambda}^* v_{a\lambda}^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \quad (\text{C106})$$

$\eta$ -meson, pseudo vector 型

$$\begin{aligned} \text{Tr}^{\eta_{pv}}[ ] &= \text{Tr} \left[ \left( -\frac{f^\eta}{m_\eta} \not{R} \gamma_5 \right) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) \left( +\frac{f^\eta}{m_\eta} \not{R} \gamma_5 \right) (-i\psi_a^* + M_{v_a}^*) \right] \\ &= -\left( \frac{f^\eta}{m_\eta} \right)^2 \text{Tr} \left[ -\not{R} \psi_a^* \not{R} \psi_a^* - M_{u_a}^* M_{v_a}^* R_\lambda^2 \right] \\ &= +4 \left( \frac{f^\eta}{m_\eta} \right)^2 \left[ 2(R_\lambda u_{a\lambda}^*)(R_\lambda v_{a\lambda}^*) - (u_{a\lambda}^* v_{a\lambda}^*) R_\lambda^2 + M_{u_a}^* M_{v_a}^* R_\lambda^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{C107})$$

$\tau = 1$  の中間子  $\delta$ -meson

$$\begin{aligned} \text{Tr}^{\delta^c}[ ] &= \text{Tr} \left[ (+g^\delta \tau) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+g^\delta \tau) (-i\psi_b^* + M_{v_b}^*) \right] \\ &= + (g^\delta)^2 \text{Tr} \left[ -\psi_a^* \psi_b^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^* \right] \\ &= +4 (g^\delta)^2 (-u_{a\lambda}^* v_{b\lambda}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \end{aligned} \quad (\text{C108})$$

$\rho$ -meson  $\rho$ -meson, Vector part

$$\begin{aligned} \text{Tr}^{\rho^c_V}[ ] &= \text{Tr} \left[ (+ig^\rho \gamma_\mu \tau) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+ig^\rho \gamma_\nu \tau) (-i\psi_b^* + M_{v_b}^*) \right] \\ &= -(g^\rho)^2 \text{Tr} \left[ -\gamma_\mu \psi_a^* \gamma_\nu \psi_b^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^* \gamma_\mu \gamma_\nu \right] \\ &= -4 (g^\rho)^2 \left[ -u_{a\mu}^* v_{b\nu}^* - u_{a\nu}^* v_{b\mu}^* + (u_{a\lambda}^* v_{b\lambda}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \delta_{\mu\nu} \right] \end{aligned} \quad (\text{C109})$$

$$\text{Tr}_\ell^{\rho^c_V}[ ] = -8 (g^\rho)^2 \left[ u_{a\lambda}^* v_{b\lambda}^* - (u_{a3}^* v_{b3}^* - u_{a0}^* v_{b0}^*) + M_{u_a}^* M_{v_b}^* \right] \quad (\text{C110})$$

$$\text{Tr}_t^{\rho^c_V}[ ] = -4 (g^\rho)^2 \left[ u_{a\lambda}^* v_{b\lambda}^* - (u_{a1}^* v_{b1}^* + u_{a2}^* v_{b2}^*) + M_{u_a}^* M_{v_b}^* \right] \quad (\text{C111})$$



$$\text{Tr}_\lambda^{\rho\tilde{V}}[ ] = -8(g^\rho)^2 [u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^* + 2M_{u_a}^* M_{v_b}^*] \quad (\text{C112})$$

$\rho$ -meson, Tensor part

$$\begin{aligned} \text{Tr}^{\rho\tilde{T}}[ ] &= \text{Tr} \left[ \left( +g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R}\gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \tau_c \right) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) \left( -g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R}\gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R}) \tau_c \right) (-i\psi_b^* + M_{v_b}^*) \right] \\ &= - \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} \right)^2 \text{Tr} \left[ (2R_\mu - 2\gamma_\mu \not{R}) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (2R_\nu - 2\gamma_\nu \not{R}) (-i\psi_b^* + M_{v_b}^*) \right] \\ &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} \right)^2 \{ \text{Tr} [-R_\mu R_\nu \psi_a^* \psi_b^* + R_\mu \psi_a^* \gamma_\nu \not{R} \psi_b^* + R_\nu \gamma_\mu \not{R} \psi_a^* \psi_b^* - \gamma_\mu \not{R} \psi_a^* \gamma_\nu \not{R} \psi_b^*] \\ &\quad + 4M_{u_a}^* M_{v_b}^* \text{Tr} [R_\mu R_\nu - R_\mu \gamma_\nu \not{R} - R_\nu \gamma_\mu \not{R} + \gamma_\mu \not{R} \gamma_\nu \not{R}] \} \\ &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ (M_{u_a}^* M_{v_b}^* - u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^*) R_\mu R_\nu + (R_\lambda u_{a_\lambda}^*) (R_\mu v_{b_\nu}^* + R_\nu v_{b_\mu}^*) \\ &\quad + (R_\lambda v_{b_\lambda}^*) (R_\mu u_{a_\nu}^* + R_\nu u_{a_\mu}^*) - R_\lambda^2 (u_{a_\mu}^* v_{b_\nu}^* + u_{a_\nu}^* v_{b_\mu}^*) \\ &\quad + [(u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^*) R_\lambda^2 - 2(R_\lambda u_{a_\lambda}^*) (R_\lambda v_{b_\lambda}^*) - M_{u_a}^* M_{v_b}^* R_\lambda^2] \delta_{\mu\nu} \} \end{aligned} \quad (\text{C113})$$

$$\text{Tr}_\ell^{\rho\tilde{T}}[ ] = -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 R_\lambda^2 [u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^* - 2(u_{a_3}^* v_{b_3}^* - u_{a_0}^* v_{b_0}^*) - M_{u_a}^* M_{v_b}^*] \quad (\text{C114})$$

$$\text{Tr}_t^{\rho\tilde{T}}[ ] = -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 [(u_{a_3}^* v_{b_3}^* - u_{a_0}^* v_{b_0}^*) R_\lambda^2 - 2(R_\lambda u_{a_\lambda}^*) (R_\lambda v_{b_\lambda}^*) - M_{u_a}^* M_{v_b}^* R_\lambda^2] \quad (\text{C115})$$

$$\text{Tr}_\lambda^{\rho\tilde{T}}[ ] = -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 [2u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^* R_\lambda^2 - 4(R_\lambda u_{a_\lambda}^*) (R_\lambda v_{b_\lambda}^*) - 3M_{u_a}^* M_{v_b}^* R_\lambda^2] \quad (\text{C116})$$

$\rho$ -meson, Vector-Tensor part

$$\begin{aligned} \text{Tr}^{\rho\tilde{VT}}[ ] &= \text{Tr} \left[ (+ig^\rho \gamma_\mu \tau_c) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) \left( -g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R}\gamma_\nu - \gamma_\nu \not{R}) \tau_c \right) (-i\psi_b^* + M_{v_b}^*) \right. \\ &\quad \left. + \left( +g^\rho \frac{\kappa^\rho}{2M} (\not{R}\gamma_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \tau_c \right) (-i\psi_a^* + M_{u_a}^*) (+ig^\rho \gamma_\nu \tau_c) (-i\psi_b^* + M_{v_b}^*) \right] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= -(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} \text{Tr} \left[ \gamma_\mu \psi_a^* (R_\nu - \gamma_\nu \not{R}) M_{v_b}^* + \gamma_\mu (R_\nu - \gamma_\nu \not{R}) \psi_b^* M_{v_b}^* \right. \\
&\quad \left. - (R_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \psi_a^* \gamma_\nu M_{v_b}^* - (R_\mu - \gamma_\mu \not{R}) \gamma_\nu \psi_b^* M_{u_a}^* \right] \\
&= -4 (g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} \left\{ \left[ v_{b_\mu}^* R_\nu + R_\mu v_{b_\nu}^* - 2(R_\lambda v_{b_\lambda}^*) \delta_{\mu\nu} \right] M_{u_a}^* \right. \\
&\quad \left. - \left[ u_{a_\mu}^* R_\nu + R_\mu u_{a_\nu}^* - 2(R_\lambda u_{a_\lambda}^*) \delta_{\mu\nu} \right] M_{v_b}^* \right\} \quad (C117)
\end{aligned}$$

$$\text{Tr}_\ell^{\rho \bar{V} T} [ ] = -8 (g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} \left[ (R_\lambda u_{a_\lambda}^*) M_{v_b}^* - (R_\lambda v_{b_\lambda}^*) M_{u_a}^* \right] \quad (C118)$$

$$\text{Tr}_t^{\rho \bar{V} T} [ ] = -8 (g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} \left[ (R_\lambda u_{a_\lambda}^*) M_{v_b}^* - (R_\lambda v_{b_\lambda}^*) M_{u_a}^* \right] \quad (C119)$$

$$\text{Tr}_\lambda^{\rho \bar{V} T} [ ] = -24 (g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} \left[ (R_\lambda u_{a_\lambda}^*) M_{v_b}^* - (R_\lambda v_{b_\lambda}^*) M_{u_a}^* \right] \quad (C120)$$

$\delta$ - $\rho$  meson mixing

scalar-vector mixing

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\delta \rho V} [ ] &= \text{Tr} \left[ (+g^\delta) \left( -i \not{\psi}_a^* + M_{u_a}^* \right) (+i g^\rho \gamma_0) \left( -i \not{\psi}_b^* + M_{v_b}^* \right) \right. \\
&\quad \left. + (+i g^\rho \gamma_0) \left( -i \not{\psi}_a^* + M_{u_a}^* \right) (+g^\delta) \left( -i \not{\psi}_b^* + M_{v_b}^* \right) \right] \\
&= +4 \left( g^\delta g^\rho \right) (M_{u_a}^* + M_{v_b}^*) (u_{a_0}^* + v_{b_0}^*) \quad (C121)
\end{aligned}$$

$\pi$ -meson  $\pi$ -meson, pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\pi \bar{p} s} [ ] &= \text{Tr} \left[ (+i g^\pi \gamma_5 \tau_c) \left( -i \not{\psi}_a^* + M_{u_a}^* \right) (+i g^\pi \gamma_5 \tau_c) \left( -i \not{\psi}_b^* + M_{v_b}^* \right) \right] \\
&= -(g^\pi)^2 \text{Tr} \left[ +\not{\psi}_a^* \not{\psi}_b^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^* \right] \\
&= -4 (g^\pi)^2 (+u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \quad (C122)
\end{aligned}$$



$\pi$ -meson, pseudo vector 型

$$\begin{aligned}
 \text{Tr}^{\pi^c}_{pv} [ ] &= \text{Tr} \left[ \left( -\frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \tau \right) (-i \not{\psi}_a^* + M_{u_a}^*) \left( +\frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \tau \right) (-i \not{\psi}_b^* + M_{v_b}^*) \right] \\
 &= - \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 \text{Tr} \left[ -\not{R} \not{\psi}_a^* \not{R} \not{\psi}_b^* - M_{u_a}^* M_{v_b}^* R_\lambda^2 \right] \\
 &= +4 \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 \left[ 2(R_\lambda u_{a_\lambda}^*)(R_\lambda v_{b_\lambda}^*) - (u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^*) R_\lambda^2 + M_{u_a}^* M_{v_b}^* R_\lambda^2 \right] \quad (\text{C123})
 \end{aligned}$$



### C.1.3 $\text{Tr}[\ ]$ の計算. その2

$$R_\lambda u_{a_\lambda}^* = Ru\chi - R_0 u_{a_0}^* \quad (\text{C124.1})$$

$$\begin{aligned} R_\lambda v_{b_\lambda}^* &= Ru\chi + R^2 - R_0 v_{b_0}^* & R_\lambda w_{b_\lambda}^* &= Ru\chi - R^2 - R_0 w_{b_0}^* \\ &= Ru\chi + R_\lambda^2 - R_0 u_{b_0}^* & &= Ru\chi - R_\lambda^2 - R_0 u_{b_0}^* \end{aligned} \quad \begin{aligned} (\text{C124.2a}) \\ (\text{C124.2b}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{a_\lambda}^* v_{b_\lambda}^* &= +Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* v_{b_0}^* & u_{a_\lambda}^* w_{b_\lambda}^* &= -Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* w_{b_0}^* \\ &= +Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* R_0 & &= -Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* R_0 \\ &\quad - u_{a_0}^* u_{b_0}^* & &\quad - u_{a_0}^* u_{b_0}^* \end{aligned} \quad \begin{aligned} (\text{C124.3a}) \\ (\text{C124.3b}) \end{aligned}$$

$$u_{a_3}^* v_{b_3}^* = u^2 \chi^2 + Ru\chi \quad (\text{C124.4a}) \quad u_{a_3}^* w_{b_3}^* = u^2 \chi^2 - Ru\chi \quad (\text{C124.4b})$$

$$\begin{aligned} &(R_\lambda u_{a_\lambda}^*)(R_\lambda v_{b_\lambda}^*) \\ &= (Ru\chi - R_0 u_{a_0}^*)(Ru\chi + R^2 - R_0 v_{b_0}^*) \\ &= R^2 u^2 \chi^2 + (R^2 - R_0 u_{a_0}^* - R_0 v_{b_0}^*) Ru\chi - R_0 u_{a_0}^* (R^2 - R_0 v_{b_0}^*) \\ &= R^2 u^2 \chi^2 + [R_\lambda^2 - R_0 (u_{a_0}^* + v_{b_0}^*)] Ru\chi - R_0 u_{a_0}^* (R_\lambda^2 - R_0 v_{b_0}^*) \end{aligned} \quad (\text{C124.5a})$$

$$\begin{aligned} &(R_\lambda u_{a_\lambda}^*)(R_\lambda w_{b_\lambda}^*) \\ &= (Ru\chi - R_0 u_{a_0}^*)(Ru\chi - R^2 - R_0 w_{b_0}^*) \\ &= R^2 u^2 \chi^2 - (R^2 + R_0 u_{a_0}^* + R_0 w_{b_0}^*) Ru\chi + R_0 u_{a_0}^* (R^2 + R_0 w_{b_0}^*) \\ &= R^2 u^2 \chi^2 - [R_\lambda^2 + R_0 (u_{a_0}^* + w_{b_0}^*)] Ru\chi + R_0 u_{a_0}^* (R_\lambda^2 + R_0 w_{b_0}^*) \end{aligned} \quad (\text{C124.5b})$$

$\tau = 0$  の中間子

$\sigma$ -meson , scalar

$$\begin{aligned} \text{Tr}^\sigma[\ ]_v &= +4 (g^\sigma)^2 (-Ru\chi - u^2 + u_{a_0}^* v_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \\ &= +4 (g^\sigma)^2 (-Ru\chi - u^2 + u_{a_0}^* R_0 + u_{a_0}^{*2} + M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \end{aligned} \quad (\text{C125a})$$



$$\begin{aligned}
\text{Tr}^\sigma[ ]_w &= +4(g^\sigma)^2(+Ru\chi - u^2 + u_{a_0}^* w_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_a}^*) \\
&= +4(g^\sigma)^2(+Ru\chi - u^2 - u_{a_0}^* R_0 + u_{a_0}^{*2} + M_{u_a}^* M_{w_a}^*)
\end{aligned} \tag{C125b}$$

$\omega$ -meson , vector

$$\text{Tr}_\ell^\omega[ ]_\nu = -8(g^\omega)^2(-u^2\chi^2 + u^2 + M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \tag{C126.1a}$$

$$\text{Tr}_\ell^\omega[ ]_w = -8(g^\omega)^2(-u^2\chi^2 + u^2 + M_{u_a}^* M_{w_a}^*) \tag{C126.1b}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}_t^\omega[ ]_\nu &= -4(g^\omega)^2(u^2\chi^2 + Ru\chi - u_{a_0}^* v_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \\
&= -4(g^\omega)^2(u^2\chi^2 + Ru\chi - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^{*2} + M_{u_a}^* M_{v_a}^*)
\end{aligned} \tag{C126.2a}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}_t^\omega[ ]_w &= -4(g^\omega)^2(u^2\chi^2 - Ru\chi - u_{a_0}^* w_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_a}^*) \\
&= -4(g^\omega)^2(u^2\chi^2 - Ru\chi + u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^{*2} + M_{u_a}^* M_{w_a}^*)
\end{aligned} \tag{C126.2b}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}_\lambda^\omega[ ]_\nu &= -8(g^\omega)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* v_{a_0}^* + 2M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \\
&= -8(g^\omega)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^{*2} + 2M_{u_a}^* M_{v_a}^*)
\end{aligned} \tag{C126.3a}$$



$$\begin{aligned}
\text{Tr}_\lambda^\omega[ ]_w &= -8(g^\omega)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* w_{a_0}^* + 2M_{u_a}^* M_{w_a}^*) \\
&= -8(g^\omega)^2(+Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^{*2} + 2M_{u_a}^* M_{w_a}^*)
\end{aligned} \tag{C126.3b}$$

$\sigma$ - $\omega$  mixing part

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\sigma\omega}[ ]_v &= +4(g^\sigma g^\omega)(M_{u_a}^* + M_{v_a}^*)(u_{a_0}^* + v_{a_0}^*) \\
&= +4(g^\sigma g^\omega)(M_{u_a}^* + M_{v_a}^*)(2u_{a_0}^* + R_0)
\end{aligned} \tag{C127a}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\sigma\omega}[ ]_w &= +4(g^\sigma g^\omega)(M_{u_a}^* + M_{w_a}^*)(u_{a_0}^* + w_{a_0}^*) \\
&= +4(g^\sigma g^\omega)(M_{u_a}^* + M_{w_a}^*)(2u_{a_0}^* - R_0)
\end{aligned} \tag{C127b}$$

$\pi$ -meson  $\eta$ -meson , pseudo scalar

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\eta ps}[ ]_v &= -4(g^\eta)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* v_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^*) \\
&= -4(g^\eta)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_a}^*)
\end{aligned} \tag{C128a}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\eta ps}[ ]_w &= -4(g^\eta)^2(-Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* w_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_a}^*) \\
&= -4(g^\eta)^2(-Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{a_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_a}^*)
\end{aligned} \tag{C128b}$$



$\eta$ -meson , pseudo vector

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\eta_{pv}^c} [ ]_v &= -4 \left( \frac{f_\eta}{m_\eta} \right)^2 \left\{ -2R^2 u^2 \chi^2 - [R^2 + R_0^2 - 2R_0(u_{a_0}^* + v_{a_0}^*)] Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* v_{a_0}^* + 2R^2 R_0 u_{a_0}^* + u^2 R_\lambda^2 - M_{u_a}^* M_{v_a}^* R_\lambda^2 \right\} \\
&= -4 \left( \frac{f_\eta}{m_\eta} \right)^2 \left[ -2R^2 u^2 \chi^2 - (R_\lambda^2 - 4R_0 u_{a_0}^*) Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^{*2} + (R_0 u_{a_0}^* + u^2 - M_{u_a}^* M_{v_a}^*) R_\lambda^2 \right] \quad (\text{C129a})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\eta_{pv}} [ ]_w &= -4 \left( \frac{f_\eta}{m_\eta} \right)^2 \left\{ -2R^2 u^2 \chi^2 + [R^2 + R_0^2 + 2R_0(u_{a_0}^* + w_{a_0}^*)] Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* w_{a_0}^* - 2R^2 R_0 u_{a_0}^* + u^2 R_\lambda^2 - M_{u_a}^* M_{w_a}^* R_\lambda^2 \right\} \\
&= -4 \left( \frac{f_\eta}{m_\eta} \right)^2 \left[ -2R^2 u^2 \chi^2 + [R_\lambda^2 + 4R_0 u_{a_0}^*] Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^{*2} - (R_0 u_{a_0}^* - u^2 + M_{u_a}^* M_{w_a}^*) R_\lambda^2 \right] \quad (\text{C129b})
\end{aligned}$$

$\tau = 1$  の中間子  $\delta$ -meson , scalar

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\delta^c} [ ]_v &= +4 (g^\delta)^2 (-Ru\chi - u^2 + u_{a_0}^* v_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \\
&= +4 (g^\delta)^2 (-Ru\chi - u^2 + u_{a_0}^* R_0 + u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \quad (\text{C130a})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\delta^c} [ ]_w &= +4 (g^\delta)^2 (+Ru\chi - u^2 + u_{a_0}^* w_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \\
&= +4 (g^\delta)^2 (+Ru\chi - u^2 - u_{a_0}^* R_0 + u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \quad (\text{C130b})
\end{aligned}$$



$\rho$ -meson  $\rho$ -meson , Vector part

$$\text{Tr}_\ell^{\rho\tilde{V}}[ ]_v = -8(g^\rho)^2(-u^2\chi^2 + u^2 + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \quad (\text{C131.1a})$$

$$\text{Tr}_\ell^{\rho\tilde{V}}[ ]_w = -8(g^\rho)^2(-u^2\chi^2 + u^2 + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \quad (\text{C131.1b})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t^{\rho\tilde{V}}[ ]_v &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 + Ru\chi - u_{a_0}^* v_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \\ &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 + Ru\chi - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \end{aligned} \quad (\text{C131.2a})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t[ ]_w &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 - Ru\chi - u_{a_0}^* w_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \\ &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 - Ru\chi + u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \end{aligned} \quad (\text{C131.2b})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\lambda^{\rho\tilde{V}}[ ]_v &= -8(g^\rho)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* v_{b_0}^* + 2M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \\ &= -8(g^\rho)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^{*2} + 2M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \end{aligned} \quad (\text{C131.3a})$$

$$\text{Tr}_\lambda^{\rho\tilde{V}}[ ]_w = -8(g^\rho)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* w_{b_0}^* + 2M_{u_a}^* M_{w_b}^*)$$



$\rho$ -meson  $\rho$ -meson , Vector part

$$\text{Tr}_\ell^{\rho\tilde{V}}[ ]_v = -8(g^\rho)^2(-u^2\chi^2 + u^2 + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \quad (\text{C131.1a})$$

$$\text{Tr}_\ell^{\rho\tilde{V}}[ ]_w = -8(g^\rho)^2(-u^2\chi^2 + u^2 + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \quad (\text{C131.1b})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t^{\rho\tilde{V}}[ ]_v &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 + Ru\chi - u_{a_0}^* v_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \\ &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 + Ru\chi - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \end{aligned} \quad (\text{C131.2a})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t[ ]_w &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 - Ru\chi - u_{a_0}^* w_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \\ &= -4(g^\rho)^2(u^2\chi^2 - Ru\chi + u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \end{aligned} \quad (\text{C131.2b})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\lambda^{\rho\tilde{V}}[ ]_v &= -8(g^\rho)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* v_{b_0}^* + 2M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \\ &= -8(g^\rho)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^{*2} + 2M_{u_a}^* M_{v_b}^*) \end{aligned} \quad (\text{C131.3a})$$

$$\text{Tr}_\lambda^{\rho\tilde{V}}[ ]_w = -8(g^\rho)^2(+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* w_{b_0}^* + 2M_{u_a}^* M_{w_b}^*)$$



$$= -8 (g^\rho)^2 (+Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^{*2} + 2M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \quad (\text{C131.3b})$$

$\rho$ -meson , Tensor part

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\ell^{\rho_T^c} [ ]_v &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 (-2u^2 \chi^2 - Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* v_{b_0}^* - M_{u_a}^* M_{v_b}^*) R_\lambda^2 \\ &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 (-2u^2 \chi^2 - Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* R_0 + u_{a_0}^* u_{b_0}^* - M_{u_a}^* M_{v_b}^*) R_\lambda^2 \end{aligned} \quad (\text{C131.4a})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\ell^{\rho_T^c} [ ]_w &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 (-2u^2 \chi^2 + Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* w_{b_0}^* - M_{u_a}^* M_{w_b}^*) R_\lambda^2 \\ &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 (-2u^2 \chi^2 - Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* R_0 + u_{a_0}^* u_{b_0}^* - M_{u_a}^* M_{w_b}^*) R_\lambda^2 \end{aligned} \quad (\text{C131.4b})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t^{\rho_T^c} [ ]_v &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -(R^2 + R_0^2) u^2 \chi^2 - [R^2 + R_0^2 - 2R_0(u_{a_0}^* + v_{b_0}^*)] Ru\chi \\ &\quad - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* v_{b_0}^* + 2R_0 u_{a_0}^* R^2 - M_{u_a}^* M_{v_b}^* R_\lambda^2 \} \\ &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -(R^2 + R_0^2) u^2 \chi^2 - [R_\lambda^2 - 2R_0(u_{a_0}^* + u_{b_0}^*)] Ru\chi \\ &\quad - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* u_{b_0}^* + (u_{a_0}^* R_0 - M_{u_a}^* M_{v_b}^*) R_\lambda^2 \} \end{aligned} \quad (\text{C131.5a})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t^{\rho_T^c} [ ]_w &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -(R^2 + R_0^2) u^2 \chi^2 + [R^2 + R_0^2 + 2R_0(u_{a_0}^* + w_{b_0}^*)] Ru\chi \\ &\quad - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* w_{b_0}^* - 2R_0 u_{a_0}^* R^2 - M_{u_a}^* M_{w_b}^* R_\lambda^2 \} \end{aligned}$$

$$= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -(R^2 + R_0^2) u^2 \chi^2 + [R_\lambda^2 + 2R_0(u_{a_0}^* + u_{b_0}^*)] Ru\chi$$



$$-(R^2 + R_0^2)u_{a_0}^* u_{b_0}^* - (u_{a_0}^* R_0 + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) R_\lambda^2 \} \quad (\text{C131.5b})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\lambda^{\rho^c T} [ ]_v &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -4R^2 u^2 \chi^2 - [3R^2 + R_0^2 - 4R_0(u_{a_0}^* + v_{b_0}^*)] Ru\chi \\ &\quad + [R_\lambda^2 u^2 - (R^2 + 3R_0^2)u_{a_0}^* v_{b_0}^* + 4R^2 R_0 u_{a_0}^* - 3R_\lambda^2 M_{u_a}^* M_{v_b}^*] \} \end{aligned} \quad (\text{C131.6a})$$

$$\begin{aligned} &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -4R^2 u^2 \chi^2 - [3R_\lambda^2 - 4R_0(u_{a_0}^* + u_{b_0}^*)] Ru\chi \\ &\quad + [R_\lambda^2 u^2 + 3R_\lambda^2 R_0 u_{a_0}^* - (R^2 + 3R_0^2)u_{a_0}^* u_{b_0}^* - 3R_\lambda^2 M_{u_a}^* M_{v_b}^*] \} \end{aligned} \quad (\text{C131.6b})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\lambda^{\rho^c T} [ ]_w &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -4R^2 u^2 \chi^2 + [3R^2 + R_0^2 + 4R_0(u_{a_0}^* + w_{b_0}^*)] Ru\chi \\ &\quad + [R_\lambda^2 u^2 - (R^2 + 3R_0^2)u_{a_0}^* w_{b_0}^* - 4R^2 R_0 u_{a_0}^* - 3R_\lambda^2 M_{u_a}^* M_{w_b}^*] \} \end{aligned} \quad (\text{C131.6c})$$

$$\begin{aligned} &= -4 \left( g^\rho \frac{\kappa^\rho}{M} \right)^2 \{ -4R^2 u^2 \chi^2 + [3R_\lambda^2 + 4R_0(u_{a_0}^* + u_{b_0}^*)] Ru\chi \\ &\quad + [R_\lambda^2 u^2 - 3R_\lambda^2 R_0 u_{a_0}^* - (R^2 + 3R_0^2)u_{a_0}^* u_{b_0}^* - 3R_\lambda^2 M_{u_a}^* M_{v_b}^*] \} \end{aligned} \quad (\text{C131.6d})$$

$\rho$ -meson , Vector-Tensor part

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\ell^{\rho^c VT} [ ]_v &= -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{v_b}^* - M_{u_a}^*) Ru\chi - (R^2 - R_0 v_{b_0}^*) M_{u_a}^* - R_0 u_{a_0}^* M_{v_b}^*] \\ &= -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{v_b}^* - M_{u_a}^*) Ru\chi - R_\lambda^2 M_{u_a}^* + R_0(u_{b_0}^* M_{u_a}^* - u_{a_0}^* M_{v_b}^*)] \end{aligned} \quad (\text{C131.7a})$$

$$\text{Tr}_\ell^{\rho^c VT} [ ]_w = -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{w_b}^* - M_{u_a}^*) Ru\chi + (R^2 + R_0 w_{b_0}^*) M_{u_a}^* - R_0 u_{a_0}^* M_{v_b}^*]$$



$$= -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{wb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi + R_\lambda^2 M_{ua}^* + R_0(u_{b_0}^* M_{ua}^* - u_{a_0}^* M_{vb}^*)] \quad (131.7b)$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t^{\rho_{VT}^c} [ ]_v &= -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{vb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi - (R^2 - R_0 v_{b_0}^*)M_{ua}^* - R_0 u_{a_0}^* M_{vb}^*] \\ &= -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{vb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi - R_\lambda^2 M_{ua}^* + R_0(u_{b_0}^* M_{ua}^* - u_{a_0}^* M_{vb}^*)] \quad (131.8a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t^{\rho_{VT}^c} [ ]_w &= -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{wb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi + (R^2 + R_0 w_{b_0}^*)M_{ua}^* - R_0 u_{a_0}^* M_{vb}^*] \\ &= -8(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{wb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi + R_\lambda^2 M_{ua}^* + R_0(u_{b_0}^* M_{ua}^* - u_{a_0}^* M_{vb}^*)] \quad (131.8b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_\lambda^{\rho_{VT}^c} [ ]_v &= -24(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{vb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi - (R^2 - R_0 v_{b_0}^*)M_{ua}^* - R_0 u_{a_0}^* M_{vb}^*] \\ &= -24(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{vb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi - R_\lambda^2 M_{ua}^* + R_0(u_{b_0}^* M_{ua}^* - u_{a_0}^* M_{vb}^*)] \quad (131.9a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_t^{\rho_{VT}^c} [ ]_w &= -24(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{wb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi + (R^2 + R_0 w_{b_0}^*)M_{ua}^* - R_0 u_{a_0}^* M_{vb}^*] \\ &= -24(g^\rho)^2 \frac{\kappa^\rho}{M} [(M_{wb}^* - M_{ua}^*)Ru\chi + R_\lambda^2 M_{ua}^* + R_0(u_{b_0}^* M_{ua}^* - u_{a_0}^* M_{vb}^*)] \quad (131.9b) \end{aligned}$$

$\pi$ -meson  $\pi$ -meson , pseudo scalar

$$\begin{aligned} \text{Tr}_{\pi^s}^{\rho_{VT}^c} [ ]_v &= -4(g^\pi)^2 (+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* v_{b_0}^* + M_{ua}^* M_{vb}^*) \\ &= -4(g^\pi)^2 (+Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{ua}^* M_{vb}^*) \quad (C132a) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\pi_{ps}^c} [ ]_w &= -4 (g^\pi)^2 (-Ru\chi + u^2 - u_{a_0}^* w_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \\
&= -4 (g^\pi)^2 (-Ru\chi + u^2 + u_{a_0}^* R_0 - u_{a_0}^* u_{b_0}^* + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) \quad (\text{C132b})
\end{aligned}$$

$\pi$ -meson , pseudo vector

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\pi_{pv}^c} [ ]_v &= -4 \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 \left\{ -2R^2 u^2 \chi^2 - [R^2 + R_0^2 - 2R_0(u_{a_0}^* + v_{b_0}^*)] Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* v_{b_0}^* + 2R^2 R_0 u_{a_0}^* + u^2 R_\lambda^2 - M_{u_a}^* M_{v_b}^* R_\lambda^2 \right\} \\
&= -4 \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 \left\{ -2R^2 u^2 \chi^2 - [R_\lambda^2 - 2R_0(u_{a_0}^* + u_{b_0}^*)] Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* u_{b_0}^* + (R_0 u_{a_0}^* + u^2 - M_{u_a}^* M_{v_b}^*) R_\lambda^2 \right\} \quad (\text{C133a})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\pi_{pw}^c} [ ]_w &= -4 \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 \left\{ -2R^2 u^2 \chi^2 + [R^2 + R_0^2 + 2R_0(u_{a_0}^* + w_{b_0}^*)] Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* w_{b_0}^* - 2R^2 R_0 u_{a_0}^* + u^2 R_\lambda^2 - M_{u_a}^* M_{w_b}^* R_\lambda^2 \right\} \\
&= -4 \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 \left\{ -2R^2 u^2 \chi^2 + [R_\lambda^2 + 2R_0(u_{a_0}^* + u_{b_0}^*)] Ru\chi \right. \\
&\quad \left. - (R^2 + R_0^2) u_{a_0}^* u_{b_0}^* - (R_0 u_{a_0}^* - u^2 + M_{u_a}^* M_{w_b}^*) R_\lambda^2 \right\} \quad (\text{C133b})
\end{aligned}$$

Tr の計算を一通りまとめてみたが、ここから先は自己エネルギーの Real part と Imaginary part では条件に差が出る。Real part と Imaginary part では共に  $\delta(u_{a_0}^* - E_{u_a}^*)$  の on-shell 条件



だけであったが、Imaginary part には更に  $\delta(v_{b_0}^* - E_{v_b}^*)$  の on-shell 条件もつく。また核子の自己エネルギー  $\Sigma$  に対し運動量依存性について平均をとった定数近似を行う。これは核子の自己エネルギーが平均場でほぼ決まり、SD 項の運動量依存性が比較的小さいからである。

$$\bar{\Sigma}_{s_p} = \frac{\int_0^{k_{F_p}} du \Sigma_{s_p}(u)}{\int_0^{k_{F_p}} du}, \bar{\Sigma}_{s_n} = \frac{\int_0^{k_{F_n}} du \Sigma_{s_n}(u)}{\int_0^{k_{F_n}} du} \quad (\text{C134.1})$$

$$\bar{\Sigma}_{0_p} = \frac{\int_0^{k_{F_p}} du \Sigma_{0_p}(u)}{\int_0^{k_{F_p}} du}, \bar{\Sigma}_{0_n} = \frac{\int_0^{k_{F_n}} du \Sigma_{0_n}(u)}{\int_0^{k_{F_n}} du} \quad (\text{C134.2})$$

$$\bar{\Sigma}_{v_p} = \frac{\int_0^{k_{F_p}} du \Sigma_{v_p}(u)}{\int_0^{k_{F_p}} du}, \bar{\Sigma}_{v_n} = \frac{\int_0^{k_{F_n}} du \Sigma_{v_n}(u)}{\int_0^{k_{F_n}} du} \quad (\text{C134.3})$$



## C.2 Real part

### C.2.1 Real part の計算

$$u_{b_0}^* = u_0 + \Sigma_{b_0} = \frac{u_{a_0}^* + \Sigma_{b_0} - \Sigma_{a_0}}{1} = \frac{E_{u_a}^* + \Delta\Sigma_0^c}{1} \quad (\text{C135.1})$$

$$R_\lambda u_{a_\lambda}^* = Ru\chi - R_0 E_{u_a}^* \quad (\text{C135.2})$$

$$R_0 v_{b_0}^* = R_0 E_{u_a}^* + R_0^2 + R_0 \Delta\Sigma_0^c \quad (\text{C135.3a})$$

$$R_0 w_{b_0}^* = R_0 E_{u_a}^* - R_0^2 + R_0 \Delta\Sigma_0^c \quad (\text{C135.3b})$$

$$u_{a_0}^* v_{b_0}^* = u^2 + M_a^{*2} + E_{u_a}^* R_0 + E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c \quad (\text{C135.4a})$$

$$u_{a_0}^* w_{b_0}^* = u^2 + M_a^{*2} - E_{u_a}^* R_0 + E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c \quad (\text{C135.4b})$$

$$v_{b_\lambda}^{*2} + M_{v_b}^{*2} = 2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^* + M_{v_b}^{*2} - M_{u_a}^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2} \quad (\text{C135.5a})$$

$$w_{b_\lambda}^{*2} + M_{w_b}^{*2} = -2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^* + M_{w_b}^{*2} - M_{u_a}^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2} \quad (\text{C135.5b})$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4u &= \int_{-\infty}^{+\infty} du_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d^3u = \int_{-\infty}^{+\infty} du_0 \int_0^{+\infty} u^2 du \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} du_0 \int_0^{+\infty} u^2 du \int_{-1}^{+1} d\chi \end{aligned}$$

$$\chi = \cos\theta, \quad d\chi = -\sin\theta d\theta \quad (\text{C136})$$

$$\Pi_R^\alpha(R) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma^\alpha(-i\not{p}_a^* + M_{u_a}^*) \Gamma^\alpha(-i\not{p}_b^* + M_{v_b}^*)] G'_R(u, R) \quad (\text{C137})$$



$$G'_R(u, R) = \frac{\pi i}{E_{u_a}^* v_{b_\lambda}^{*2} + M_{v_b}^{*2}} \delta(u_{a_0}^* - E_{u_a}^*) \theta(u_{a_0}) \theta(k_{F_a} - |\mathbf{u}|) \quad (C138)$$

$$\text{式}(C137) = -\frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^{k_{F_a}} du \frac{u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \frac{\text{Tr}^\alpha[\ ]}{v_{b_\lambda}^{*2} + M_{v_b}^{*2}} \delta(u_{a_0}^* - E_{u_a}^*) \quad (C139)$$

constant  $\Sigma$ 近似では、 $M_{u_a}^* = M_{v_a}^* = M_{w_a}^* \equiv M_a^*$  としている。

### C.2.2 $\chi$ 積分前の式

$\tau = 0$  の中間子

$\sigma$ -meson

$$\begin{aligned} \Pi_{s_a R}^\sigma(R_0, R) = & -\left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{F_a}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \\ & \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ \frac{-Ru\chi + R_0 E_{u_a}^* + 2M_a^{*2}}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^*} + \frac{+Ru\chi - R_0 E_{u_a}^* + 2M_a^{*2}}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^*} \right] \end{aligned} \quad (C140)$$

$\omega$ -meson longitudinal component

$$\begin{aligned} \Pi_{\ell_a R}^\omega(R_0, R) = & +\left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{F_a}} du \frac{4u^2}{E_{u_a}^*} \\ & \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ \frac{-u^2 \chi^2 + u^2 + M_a^{*2}}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^*} + \frac{-u^2 \chi^2 + u^2 + M_a^{*2}}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^*} \right] \end{aligned} \quad (C141)$$

transverse component

$$\begin{aligned} \Pi_{t_a R}^\omega(R_0, R) = & +\left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{F_a}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \\ & \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ \frac{u^2 \chi^2 + Ru\chi - u^2 - R_0 E_{u_a}^*}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^*} + \frac{u^2 \chi^2 - Ru\chi - u^2 + R_0 E_{u_a}^*}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^*} \right] \end{aligned} \quad (C142)$$



$\sigma$ - $\omega$  mixing part

$$\Pi_{m_a R}^{\sigma\omega}(R_0, R) = - \left( \frac{g^\sigma}{2\pi} \right) \left( \frac{g^\omega}{2\pi} \right) \int_0^{k_{Fa}} du \frac{4u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ \frac{M_a^*(2E_{u_a}^* + R_0)}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^*} + \frac{M_a^*(2E_{u_a}^* - R_0)}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^*} \right] \quad (C143)$$

$\eta$ -meson, pseudo scalar

$$\Pi_{s_a R}^{\eta_{ps}}(R_0, R) = + \left( \frac{g^\eta}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ \frac{+Ru\chi - R_0E_{u_a}^*}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^*} + \frac{-Ru\chi + R_0E_{u_a}^*}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^*} \right] \quad (C144)$$

$\eta$ -meson, pseudo Vector

$$\Pi_{s_b R}^{\eta_{pv}}(R_0, R) = - \left( \frac{f^\eta}{2\pi m_\eta} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ \frac{-2R^2u^2\chi^2 - (R_\lambda^2 - 4R_0E_{u_a}^*)Ru\chi - 2R_0^2E_{u_a}^{*2} - 2M_a^{*2}R_\lambda^2 + R_\lambda^2R_0E_{u_a}^*}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right. \\ \left. + \frac{-2R^2u^2\chi^2 + (R_\lambda^2 + 4R_0E_{u_a}^*)Ru\chi - 2R_0^2E_{u_a}^{*2} - 2M_a^{*2}R_\lambda^2 - R_\lambda^2R_0E_{u_a}^*}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right] \quad (C145)$$

$\tau = 1$  の中間子  $\delta$ -meson

$$\Pi_{s_b R}^{\delta^c}(R_0, R) = -(2 - \delta_{ab}) \left( \frac{g^\delta}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \left[ \frac{-Ru\chi + R_0E_{u_a}^* + M_a^*(M_a^* + M_b^*) + E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right. \\ \left. + \frac{+Ru\chi - R_0E_{u_a}^* + M_a^*(M_a^* + M_b^*) + E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right] \quad (C146)$$

$\rho$ -meson, Vector part longitudinal component

$$\Pi_{\ell_b R}^{\rho_V^c}(R_0, R) = +(2 - \delta_{ab}) \left( \frac{g^\rho}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{4u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi$$



$$+ \left[ \frac{-u^2\chi^2 + u^2 + M_a^*M_b^*}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right. \\ \left. + \frac{-u^2\chi^2 + u^2 + M_a^*M_b^*}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right] \quad (C147)$$

transverse component

$$\Pi_{t_b R}^{\rho_V^c}(R_0, R) = +(2 - \delta_{ab}) \left( \frac{g^\rho}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ \left[ \frac{+u^2\chi^2 + Ru\chi - u^2 - E_{u_a}^*(R_0 + \Delta\Sigma_0^c) + M_a^*(M_b^* - M_a^*)}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right. \\ \left. + \frac{+u^2\chi^2 - Ru\chi - u^2 + E_{u_a}^*(R_0 - \Delta\Sigma_0^c) + M_a^*(M_b^* - M_a^*)}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right] \quad (C148)$$

$\rho$ -meson, Tensor part longitudinal component

$$\Pi_{t_b R}^{\rho_T^c}(R_0, R) = +(2 - \delta_{ab}) \left( \frac{g^\rho \kappa^\rho}{2\pi M} \right)^2 R_\lambda^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ \left[ \frac{-2u^2\chi^2 - Ru\chi + 2u^2 + E_{u_a}^*(R_0 + \Delta\Sigma_0^c) + M_a^*(M_a^* - M_b^*)}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right. \\ \left. + \frac{-2u^2\chi^2 + Ru\chi + 2u^2 - E_{u_a}^*(R_0 - \Delta\Sigma_0^c) + M_a^*(M_a^* - M_b^*)}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right] \quad (C149)$$

transverse component

$$\Pi_{t_b R}^{\rho_T^c}(R_0, R) = +(2 - \delta_{ab}) \left( \frac{g^\rho \kappa^\rho}{2\pi M} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ \left[ \frac{A_{t_b R_v}^{\rho_T^c} \chi^2 + B_{t_b R_v}^{\rho_T^c} \chi + C_{t_b R_v}^{\rho_T^c}}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right. \\ \left. + \frac{A_{t_b R_w}^{\rho_T^c} \chi^2 + B_{t_b R_w}^{\rho_T^c} \chi + C_{t_b R_w}^{\rho_T^c}}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right] \quad (C150)$$

$$A_{t_b R_v}^{\rho_T^c} = -(R^2 + R_0^2)u^2, \quad A_{t_b R_w}^{\rho_T^c} = -(R^2 + R_0^2)u^2$$



$$B_{t_b R_v}^{\rho_c} = -R_\lambda^2 + 2R_0(2E_{u_a}^* + \Delta\Sigma_0^c)$$

$$B_{t_b R_w}^{\rho_c} = +R_\lambda^2 + 2R_0(2E_{u_a}^* + \Delta\Sigma_0^c)$$

$$C_{t_b R_v}^{\rho_c} = -M_a^*(M_a^* + M_b^*)R_\lambda^2 - 2R_0^2 M_a^{*2} - (R^2 + R_0^2)u^2 + R_\lambda^2 E_{u_a}^* R_0 - (R^2 + R_0^2)E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c$$

$$C_{t_b R_w}^{\rho_c} = -M_a^*(M_a^* + M_b^*)R_\lambda^2 - 2R_0^2 M_a^{*2} - (R^2 + R_0^2)u^2 - R_\lambda^2 E_{u_a}^* R_0 - (R^2 + R_0^2)E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c$$

$\rho$ -meson, Vector-Tensor part longitudinal component

$$\begin{aligned} \Pi_{t_b R}^{\rho_c V T}(R_0, R) = & +(2 - \delta_{ab}) \frac{\kappa^\rho}{M} \left( \frac{g^\rho}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{4u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left[ \frac{(M_b^* - M_a^*)(Ru\chi - R_0 E_{u_a}^*) - (R_\lambda^2 - R_0 \Delta\Sigma_0^c) M_a^*}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2}} \right. \\ & + \left. \frac{(M_b^* - M_a^*)(Ru\chi - R_0 E_{u_a}^*) + (R_\lambda^2 + R_0 \Delta\Sigma_0^c) M_a^*}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2}} \right] \quad (C151) \end{aligned}$$

transverse component

$$\begin{aligned} \Pi_{t_b R}^{\rho_c V T}(R_0, R) = & +(2 - \delta_{ab}) \frac{\kappa^\rho}{M} \left( \frac{g^\rho}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{4u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left[ \frac{(M_b^* - M_a^*)(Ru\chi - R_0 E_{u_a}^*) - (R_\lambda^2 - R_0 \Delta\Sigma_0^c) M_a^*}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2}} \right. \\ & + \left. \frac{(M_b^* - M_a^*)(Ru\chi - R_0 E_{u_a}^*) + (R_\lambda^2 + R_0 \Delta\Sigma_0^c) M_a^*}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2}} \right] \quad (C152) \end{aligned}$$

$\pi$ -meson , pseudo scalar

$$\begin{aligned} \Pi_{s_b R}^{\pi_c}(R_0, R) = & +(2 - \delta_{ab}) \left( \frac{g^\pi}{2\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left[ \frac{+Ru\chi - R_0 E_{u_a}^* + M_a^*(M_b^* - M_a^*) - \Delta\Sigma_0^c E_{u_a}^*}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2}} \right. \\ & + \left. \frac{-Ru\chi + R_0 E_{u_a}^* + M_a^*(M_b^* - M_a^*) - \Delta\Sigma_0^c E_{u_a}^*}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c2}} \right] \quad (C153) \end{aligned}$$



$\pi$ -meson , pseudo vector

$$\begin{aligned} \Pi_{s_b R}^{\pi^c p v}(R_0, R) = & -(2 - \delta_{ab}) \left( \frac{f^\pi}{2\pi m_\pi} \right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \\ & \left[ \frac{A_{s_b R_v}^{\pi^c p v} \chi^2 + B_{s_b R_v}^{\pi^c p v} \chi + C_{s_b R_v}^{\pi^c p v}}{+2Ru\chi + R_\lambda^2 - 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* + R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right. \\ & \left. + \frac{A_{s_b R_w}^{\pi^c p v} \chi^2 + B_{s_b R_w}^{\pi^c p v} \chi + C_{s_b R_w}^{\pi^c p v}}{-2Ru\chi + R_\lambda^2 + 2R_0 E_{u_a}^* + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2\Delta\Sigma_0^c(E_{u_a}^* - R_0) - \Delta\Sigma_0^{c^2}} \right] \quad (C154) \end{aligned}$$

$$A_{s_b R_v}^{\pi^c p v} = -2R^2 u^2, \quad A_{s_b R_w}^{\pi^c p v} = -2R^2 u^2$$

$$B_{s_b R_v}^{\pi^c p v} = -[R_\lambda^2 - 2R_0(2E_{u_a}^* + \Delta\Sigma_0^c)]Ru$$

$$B_{s_b R_w}^{\pi^c p v} = +[R_\lambda^2 + 2R_0(2E_{u_a}^* + \Delta\Sigma_0^c)]Ru$$

$$C_{s_b R_v}^{\pi^c p v} = -2R_0^2 E_{u_a}^{*2} - M_a^*(M_a^* + M_b^*)R_\lambda^2 + R_0 E_{u_a}^* R_\lambda^2 - (R^2 + R_0^2)E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c$$

$$C_{s_b R_w}^{\pi^c p v} = -2R_0^2 E_{u_a}^{*2} - M_a^*(M_a^* + M_b^*)R_\lambda^2 - R_0 E_{u_a}^* R_\lambda^2 - (R^2 + R_0^2)E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c$$

### C.2.3 $\chi$ 積分後の式

$$\int_{-1}^{+1} dx \frac{Ax^2 + Bx + C}{\alpha x + \beta} \quad (C155)$$

$$= \frac{2}{\alpha^2}(\alpha B - A\beta) + \frac{1}{\alpha^3}(\alpha^2 C - \alpha\beta B + A\beta^2) \log \left| \frac{+\alpha + \beta}{-\alpha + \beta} \right| \quad (C156)$$

また、 $A = 0$  の時は

$$\text{式}(C155) = \int_{-1}^{+1} dx \frac{Bx + C}{\alpha x + \beta} = \frac{2B}{\alpha} + \frac{\alpha C - \beta B}{\alpha^2} \log \left| \frac{+\alpha + \beta}{-\alpha + \beta} \right| \quad (C157)$$

更に、 $B = 0$  の時は

$$\text{式}(C155) = \int_{-1}^{+1} dx \frac{C}{\alpha x + \beta} = \frac{C}{\alpha} \log \left| \frac{+\alpha + \beta}{-\alpha + \beta} \right| \quad (C158)$$



これらの公式を使って $\chi$ 積分を行うと、 $\sigma$ -meson

$$\Pi_{s_a R}^\sigma(R_0, R) = \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{u_a}^*} \left[ 4u - \frac{4M_a^{*2} + R_\lambda^2}{2R} (\mathcal{A}_{+aa} - \mathcal{A}_{-aa}) \right] \quad (C159)$$

$\omega$ -meson longitudinal component

$$\begin{aligned} \Pi_{\ell_a R}^\omega(R_0, R) &= \left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \frac{R_\lambda^2}{R^2} \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{u_a}^*} \\ &\left[ 4u + \frac{4E_{u_a}^{*2} + 4E_{u_a}^* R_0 - R_\lambda^2}{2R} \mathcal{A}_{+aa} - \frac{4E_{u_a}^{*2} - 4E_{u_a}^* R_0 - R_\lambda^2}{2R} \mathcal{A}_{-aa} \right] \end{aligned} \quad (C160)$$

transverse component

$$\begin{aligned} \Pi_{t_a R}^\omega(R_0, R) &= \left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{u_a}^*} \left[ 4u + \frac{2M_a^{*2} - R_\lambda^2}{2R} (\mathcal{A}_{+aa} - \mathcal{A}_{-aa}) \right] \\ &- \frac{1}{2} \Pi_{\ell_a R}^\omega(R_0, R) \end{aligned} \quad (C161)$$

$\sigma$ - $\omega$  mixing part

$$\Pi_{m_a R}^{\sigma\omega}(R_0, R) = - \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right) \left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right) \frac{M_a^*}{R} \int_0^{k_{Fa}} du \frac{2u}{E_{u_a}^*} \left[ (2E_{u_a}^* + R_0) \mathcal{A}_{+aa} - (2E_{u_a}^* - R_0) \mathcal{A}_{-aa} \right] \quad (C162)$$

$\eta$ -meson , pseudo scalar

$$\Pi_{s_a R}^{\eta ps}(R_0, R) = + \left(\frac{g^\eta}{2\pi}\right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{u_a}^*} \left[ 4u - \frac{R_\lambda^2}{2R} (\mathcal{A}_{+aa} - \mathcal{A}_{-aa}) \right] \quad (C163)$$

$\eta$ -meson , pseudo vector

$$\Pi_{s_a R}^{\eta pv}(R_0, R) = - \left(\frac{f^\eta}{2\pi m_\eta}\right)^2 \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u}{E_{u_a}^*} \frac{2M_a^{*2} R_\lambda^2}{R} (\mathcal{A}_{+aa} - \mathcal{A}_{-aa}) \quad (C164)$$

$$(C165)$$



$$\Delta\Sigma_0^+ = \bar{\Sigma}_{0p} - \bar{\Sigma}_{0n}, \Delta\Sigma_0^- = \bar{\Sigma}_{0n} - \bar{\Sigma}_{0p} \quad (\text{C166})$$

$$\mathcal{A}_{\pm ab} \equiv \ln \left| \frac{+2Ru - 2R_0 E_{u_a}^* \pm B_{ab}}{-2Ru - 2R_0 E_{u_a}^* \pm B_{ab}} \right|$$

$$B_{ab} = \left( R_\lambda^2 + M_b^{*2} - M_a^{*2} - 2R_0 \Delta\Sigma_0^c - 2E_{u_a}^* \Delta\Sigma_0^c - \Delta\Sigma_0^{c2} \right) \quad (\text{C167})$$

表 4:  $a, b, c$  の関係

$a$	$b$	$c$	$\Delta\Sigma_0^c$
$p$	$p$	$0_p$	0
$p$	$n$	$-$	$\Delta\Sigma_0^- = \bar{\Sigma}_{0n} - \bar{\Sigma}_{0p}$
$n$	$p$	$+$	$\Delta\Sigma_0^+ = \bar{\Sigma}_{0p} - \bar{\Sigma}_{0n}$
$n$	$n$	$0_n$	0

$a = n, b = p \rightarrow c = +a = p, b = n \rightarrow c = -$  特に  $a = b$  のときは、

$$\mathcal{A}_{\pm aa} \equiv \ln \left| \frac{+2Ru - 2R_0 E_{u_a}^* \pm R_\lambda^2}{-2Ru - 2R_0 E_{u_a}^* \pm R_\lambda^2} \right| \quad (\text{C168})$$

#### C.2.4 $u$ 積分を行うには...

更に積分を解析的に解くために ....

$$f(x) = \sqrt{x^2 + \alpha^2}, \quad g(x) = Af(x) + Bx + c \quad (\text{C169})$$

とすると、

$$\frac{df}{dx} = \frac{x}{f}, \quad \frac{dg}{dx} = A \frac{x}{f} + B \quad (\text{C170})$$



meson self-energy は次のような関数の組み合わせからなる。

$$\int dx \frac{x^2}{f}, \quad \int dx \frac{x}{f} \ln|g|, \quad \int dx x \ln|g|, \quad \int dx x f \ln|g| \quad (\text{C171})$$

$$\Downarrow$$

$$\int dx \frac{x^2}{f} = \frac{1}{2} [x \sqrt{x^2 + \alpha^2} - \alpha^2 \ln(x + \sqrt{x^2 + \alpha^2})] \quad (\text{C172})$$

$$\int dx \frac{x}{f} \ln|g| = f \ln|g| - \int dx \frac{Ax + Bf}{g} \quad (\text{C173})$$

$$\int dx x \ln|g| = \frac{1}{2} f^2 \ln|g| - \int dx \frac{f(Ax + Bf)}{g} \quad (\text{C174})$$

$$\int dx x f \ln|g| = \frac{1}{3} f^3 \ln|g| - \frac{1}{3} \int dx \frac{f^2(Ax + Bf)}{g} \quad (\text{C175})$$

計算すべき被積分関数は、

$$\frac{Ax + Bf}{g}, \quad \frac{f(Ax + Bf)}{g}, \quad \frac{f^2(Ax + Bf)}{g} \quad (\text{C176})$$

であり、結局

$$A \frac{x^n}{g}, \quad B \frac{f x^m}{g} \quad \begin{cases} n = 0, 1, 2, 3 \\ m = 0, 1, 2 \end{cases} \quad (\text{C177})$$

である。ここで  $f = \sqrt{x^2 + \alpha^2} = \alpha + xt$  の様に変数変換を行うと、

$$x = \frac{2\alpha t}{1 - t^2} \quad (\text{C178.1})$$

$$f = \alpha \frac{1 + t^2}{1 - t^2} \quad (\text{C178.2})$$



$$dx = 2\alpha \frac{1+t^2}{(1-t^2)^2} dt \quad (\text{C178.3})$$

分子分母有理化することができ、

$$A \int dx \frac{x^n}{g} = 2\alpha A \int dt \frac{(2\alpha t)^n (1+t^2)}{[(\alpha A - C)t^2 + 2\alpha t + (\alpha A + C)](1-t^2)^{n+1}} \quad (\text{C179})$$

$$B \int dx \frac{f x^m}{g} = 2\alpha^2 B \int dt \frac{(2\alpha t)^m (1+t^2)^2}{[(\alpha A - C)t^2 + 2\alpha t + (\alpha A + C)](1-t^2)^{m+2}} \quad (\text{C180})$$

### C.3 Imaginary part

#### C.3.1 Imaginary part の計算

$$\int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma G_a^D(u) \Gamma G_b^D(v = u + R)] \quad (\text{C181})$$

積分

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} &\rightarrow \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} du_0 \int_0^\infty u^2 du \int_{-1}^{+1} d\chi \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= \frac{2\pi}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} du_0 \int_0^\infty u^2 du \int_{-1}^{+1} d\chi \end{aligned} \quad (\text{C182})$$

Tr 以下...

$$\rightarrow \text{Tr} \left[ \frac{\pi \mathbf{i}}{E_{u_a}^*} \frac{-\pi \mathbf{i}}{2E_{v_b}^*} \delta(u_{a_0}^* - E_{u_a}^*) \delta(v_{b_0}^* - E_{v_b}^*) \theta(k_{F_a} - |u_a|) \theta(|v_b| - k_{F_b}) \right] \quad (\text{C183})$$

よって

$$E_{u_a}^{*2} = u_a^2 + M_a^{*2} \quad (\text{C184.1a})$$



$$\rightarrow u = \sqrt{E_{u_a}^{*2} - M_a^{*2}} \quad (\text{C184.1b})$$

$$E_{v_b}^{*2} = v_b^2 + M_b^{*2} = +2Ru\chi + R^2 + u^2 + M_b^{*2} \quad (\text{C184.2a})$$

$$\rightarrow +2Ru\chi = (E_{v_b}^{*2} - E_{u_a}^{*2}) - (M_b^{*2} - M_a^{*2}) - R^2 \quad (\text{C184.2b})$$

$$udu = E_{u_a}^* dE_{u_a}^*, \quad d\chi = \frac{v}{Ru} dv = \frac{E_{v_b}^*}{Ru} dE_{v_b}^* \quad (\text{C184.3})$$

$$\rightarrow du \frac{u}{E_{u_a}^*} d\chi \frac{u}{E_{v_b}^*} = \frac{1}{R} dE_{u_a}^* dE_{v_b}^* \quad (\text{C184.4})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u : 0 \rightarrow k_{Fa} \\ E_{u_a}^* : E_{u_a}^{*-} \rightarrow E_{u_a}^{*+} \end{array} \right\}, \quad \left\{ \begin{array}{l} E_{u_a}^{*-} = M_a^* \\ E_{u_a}^{*+} = (k_{Fa}^2 + M_a^{*2})^{1/2} \end{array} \right\} \quad (\text{C184.5a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi : -1 \rightarrow +1 \\ E_{v_b}^* : E_{v_b}^{*-} \rightarrow E_{v_b}^{*+} \end{array} \right\}, \quad E_{v_b}^{*\pm} = [(u \pm R)^2 + M_b^{*2}]^{1/2} \quad (\text{C184.5b})$$

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma G_a^D(u) \Gamma G_b^D(v = u + R)] \\ &= \frac{\pi^3}{(2\pi)^4} \int_0^{k_{Fa}} du \frac{u^2}{E_{u_a}^*} \int_{-1}^{+1} d\chi \frac{\text{Tr}[\ ]}{E_{v_b}^*} \delta(u_{a0}^* - E_{u_a}^*) \delta(v_{b0}^* - E_{v_b}^*) \theta(|v_b| - k_{Fb}) \\ &= \frac{1}{16\pi R} \int_{E_{u_a}^{*-}}^{E_{u_a}^{*+}} dE_{u_a}^* \int_{E_{v_b}^{*-}}^{E_{v_b}^{*+}} dE_{v_b}^* \text{Tr}[\ ] \delta(u_{a0}^* - E_{u_a}^*) \delta(v_{b0}^* - E_{v_b}^*) \theta(|v_b| - k_{Fb}) \quad (\text{C184.6}) \end{aligned}$$



### C.3.2 積分前の式

$\sigma$ -meson

$$\Pi_{saI}^{\sigma}(R_0, R) = -i \frac{g^{\sigma^2}}{8\pi R} \int_{E_{ua}^{*-}}^{E_{ua}^{*+}} dE_{ua}^* \int_{E_{va}^{*-}}^{E_{va}^{*+}} dE_{va}^* [(R^2 + M_a^{*2}) - (E_{ua}^* - E_{va}^*)^2] \delta(v_{a0}^* - E_{va}^*) \quad (C185)$$

$\omega$ -meson

$$\begin{aligned} \Pi_{\ell aI}^{\omega}(R_0, R) = & +i \frac{g^{\omega^2}}{2\pi R} \int_{E_{ua}^{*-}}^{E_{ua}^{*+}} dE_{ua}^* \int_{E_{va}^{*-}}^{E_{va}^{*+}} dE_{va}^* \\ & \left\{ E_{ua}^{*2} - \frac{1}{4R^2} [(E_{va}^{*2} - E_{ua}^{*2}) - R^2]^2 \right\} \delta(v_{a0}^* - E_{va}^*) \end{aligned} \quad (C186)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{iaI}^{\omega}(R_0, R) = & +i \frac{g^{\omega^2}}{16\pi R} \int_{E_{ua}^{*-}}^{E_{ua}^{*+}} dE_{ua}^* \int_{E_{va}^{*-}}^{E_{va}^{*+}} dE_{va}^* \\ & \left[ \frac{(E_{va}^{*2} - E_{ua}^{*2})^2}{R^2} - R^2 - 4(E_{ua}^{*2} + R_0 E_{ua}^* - M_a^{*2}) \right] \delta(v_{a0}^* - E_{va}^*) \end{aligned} \quad (C187)$$

$\eta$ -meson

$$\begin{aligned} \Pi_{saI}^{\eta_{pv}}(R_0, R) = & -\frac{f\eta^2}{4\pi m_{\eta}^2 R} \int_{E_{ua}^{*-}}^{E_{ua}^{*+}} dE_{ua}^* \int_{E_{va}^{*-}}^{E_{va}^{*+}} dE_{va}^* \\ & \left[ -\frac{1}{2}(E_{va}^{*2} - E_{ua}^{*2} - R^2)(R_{\lambda}^2 - 4R_0 E_{ua}^* + E_{va}^{*2} - E_{ua}^{*2} - R^2) - 2R_0^2 E_{ua}^{*2} + (R_0 E_{ua}^* - 2M \right. \end{aligned}$$

### C.3.3 積分後の式

$\tau = 0$  の中間子



$\sigma$ -meson

$$\Pi_{saI}^{\sigma}(R_0, R) = -\frac{g^{\sigma^2}}{8\pi} \frac{R_{\lambda}^2 + 4M_a^{*2}}{R} [E]_{E_1}^{E_2} \quad (C189)$$

$\omega$ -meson longitudinal part

$$\Pi_{\ell aI}^{\omega}(R_0, R) = +\frac{g^{\omega^2}}{2\pi} \frac{R_{\lambda}^2}{R^3} \left[ \frac{1}{3} E^3 + \frac{1}{2} |R_0| E^2 - \frac{1}{4} R_{\lambda}^2 E \right]_{E_1}^{E_2} \quad (C190)$$

transverse part

$$\Pi_{taI}^{\omega}(R_0, R) = +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi} \frac{1}{R} \left[ (R_{\lambda}^2 + 2M_a^{*2}) E \right]_{E_1}^{E_2} - \frac{1}{2} \Pi_{\ell aI}^{\omega}(R_0, R) \quad (C191)$$

$$= +\frac{g^{\omega^2}}{8\pi} \frac{1}{R} \left[ -\frac{R_{\lambda}^2}{R^2} E^2 \left( \frac{2}{3} + |R_0| \right) + \frac{1}{2} R_{\lambda}^2 E \left( 2 + \frac{R_{\lambda}^2}{R^2} \right) + 2M_a^{*2} E \right]_{E_1}^{E_2} \quad (C192)$$

$\sigma$ - $\omega$  mixing part

$$\Pi_{maI}^{\sigma\omega}(R_0, R) = -\frac{g^{\sigma} g^{\omega} M_a^{*}}{4\pi R} [E^2 + |R_0| E]_{E_1}^{E_2} \quad (C193)$$

$\eta$ -meson , pseudo vector

$$\Pi_{saI}^{\eta^c}(R_0, R) = -\left( \frac{f^{\eta}}{m_{\eta}} \right)^2 \frac{M_a^{*2} R_{\mu}^2}{4\pi R} [E]_{E_1}^{E_2}$$

## C.4 Feynman part

### C.4.1 vacuum part の発散処理の処方

核子の自己エネルギー  $G$  の Feynman part の組み合わせでつくられる vacuum part は Real part や Imaginary part 等の Density part と違って積分が発散するのでそのままでは計算



を解くことができない。そこでこの発散積分を処理する方法として、素粒子物理学でよく用いられる繰り込みの処方と、原子核物理学でよく使われる form factor の処方、二種類の方法で計算を行う。Feynman part

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma G_a^F(u) \Gamma G_b^F(v = u + R)] \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} du_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 u \frac{\text{Tr}[\Gamma(-i\not{u}_a^* + M_{u_a}^*) \Gamma(-i\not{u}_b^* + M_{u_b}^*)]}{(u_{a\lambda}^{*2} + M_{u_a}^{*2})(u_{b\lambda}^{*2} + M_{u_b}^{*2})} \end{aligned} \quad (\text{C194})$$

Wick-Rotation

$$d^4 u = du_0 d^3 u = i d^3 u du_4 = i d^4 u_W = i 2\pi^2 u^3 du_W \quad (\text{C195})$$

$$u_\lambda^2 = u^2 - u_0^2 = u_W^2 \quad (\text{C196})$$

vector meson の  $\Pi$  は axial representation では次のように書ける。

$$\Pi_{\mu\nu F}(R) = \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{R_\mu R_\nu}{R_\lambda^2} \right) \Pi_F(R) \quad (\text{C197})$$

$$\Pi_{tF}(R) = \Pi_{11F}(R) = \left( \delta_{11} - \frac{R_1^2}{R_\lambda^2} \right) \Pi_F(R) = \Pi_F(R) \quad (\text{C198})$$

$$\Pi_{\ell F}(R) = \Pi_{33F}(R) + \Pi_{44F}(R) = \left( \delta_{33} + \delta_{44} - \frac{R_3^2 + R_4^2}{R_\lambda^2} \right) \Pi_F(R) = \Pi_F(R) \quad (\text{C199})$$

$$\Pi_F(R) = \frac{1}{3} (2\Pi_{tF}(R) + \Pi_{\ell F}(R)) = \frac{1}{3} \sum_{\lambda=1}^4 \Pi_{\lambda\lambda F}(R) \quad (\text{C200})$$

#### C.4.2 Renormalization

Feynman の積分公式

$$\frac{1}{\alpha\beta} = \int_0^1 dz \frac{1}{[z\alpha + (1-z)\beta]^2} \quad (\text{C201})$$



より被積分関数の分母部分は、

$$\frac{1}{(u_a^{*2} + M_a^{*2})(v_b^{*2} + M_b^{*2})} = \int_0^1 dz \frac{1}{[z(v_b^{*2} + M_b^{*2}) + (1-z)(u_a^{*2} + M_a^{*2})]^2} \quad (\text{C202})$$

constant  $\Sigma$  近似の基では  $u_a^* \cong u$  ,  $v_b^* \cong v = u + R$

$$\text{分母} = [(u + zR)^2 + z(1-z)R^2 + M_a^{*2} + z(M_b^{*2} - M_a^{*2})]^2 \quad (\text{C203})$$

$$= (t^2 + T_{ab}^{*2})^2 \quad (\text{C204})$$

ここで、

$$t = u + zR , \quad T_{ab}^{*2} = z(1-z)R^2 + M_a^{*2} + z(M_b^{*2} - M_a^{*2}) \quad (\text{C205})$$

また、次のような近似をする。

$$\int u^3 du \approx \int t^3 dt \quad (\text{C206})$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 dz \int_0^\Lambda t^3 dt \frac{1}{(t^2 + T_{ab}^{*2})^2} &= \int_0^1 dz \int_0^{\Lambda^2} \frac{1}{2} Q dQ \frac{1}{(Q + T_{ab}^{*2})^2} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 dz \int_{T_{ab}^{*2}}^{\Lambda^2} dQ' \frac{Q' - T_{ab}^{*2}}{Q'^2} \end{aligned} \quad (\text{C207})$$

$$Q = t^2 , \quad Q dQ = 2t^3 dt$$



$$Q' = Q + T_{ab}^{*2}, \quad dQ' = dQ$$

$$\begin{aligned} \Pi_F^\alpha(R) &= (-i) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a^F(u) \Gamma^\alpha G_b^F(v)] \\ &= +\frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} du u^3 \frac{\text{Tr}[\Gamma^\alpha(-i\not{p}_a^* + M_{u_a}^*) \Gamma^\alpha(-i\not{p}_b^* + M_{v_b}^*)]}{(u_a^{*2} + M_{u_a}^{*2})(v_b^{*2} + M_{v_b}^{*2})} \\ &= \lim_{\Lambda^2 \rightarrow \infty} +\frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dz \int_{T_{ab}^{*2}}^{\Lambda^2} dQ' \frac{Q' - T_{ab}^{*2}}{Q'^2} \text{Tr}^\alpha[ ] \end{aligned} \quad (\text{C208})$$

$\text{Tr}^\alpha[ ]$  の計算

$$uv = t^2 + (1-2z)Rt - z(1-z)R^2 \quad (\text{C209})$$

$$Ru = Rt - zR^2 \quad (\text{C210}) \quad Rv = Rt + (1-z)R^2 \quad (\text{C211})$$

$\sigma$ -meson

$$\begin{aligned} \text{Tr}^\sigma[ ] &= -4(g^\sigma)^2 (uv - M_a^{*2}) \\ &= -4(g^\sigma)^2 [(t-zR)^2 + R(t-zR) - M_a^{*2}] \\ &= -4(g^\sigma)^2 [t^2 + (1-2z)Rt - z(1-z)R^2 - M_a^{*2}] \\ &\sim -4(g^\sigma)^2 (Q - T_a^{*2}) \\ &= -4(g^\sigma)^2 (Q' - 2T_a^{*2}) \end{aligned} \quad (\text{C212})$$

$\omega$ -meson

$$\text{Tr}^\omega[ ] = +8(g^\omega)^2 (uv + 2M_a^{*2})$$



$$\begin{aligned}
&= +8(g^\omega)^2 [t^2 + (1-2z)Rt - z(1-z)R^2 + 2M_a^{*2}] \\
&\sim +8(g^\omega)^2 (Q - T_a^{*2} + 3M_a^{*2}) \\
&= +8(g^\omega)^2 (Q' - 2T_a^{*2} + 3M_a^{*2})
\end{aligned} \tag{C213}$$

$\pi$ -meson , pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}
\text{Tr}^{\pi ps} [ ] &= +4(g^\pi)^2 (uv + M_a^* M_b^*) \\
&= +4(g^\pi)^2 [t^2 + (1-2z)Rt - z(1-z)R^2 + M_a^* M_b^*] \\
&\sim +4(g^\pi)^2 (Q - T_{ab}^{*2} + 2M_a^* M_b^*) \\
&= +4(g^\pi)^2 (Q' - 2T_{ab}^{*2} + 2M_a^* M_b^*)
\end{aligned} \tag{C214}$$

繰り込み前の式

$\sigma$ -meson

$$\begin{aligned}
\Pi_{aF}^\sigma(R) &= \lim_{\Lambda^2 \rightarrow +\infty} - \left( \frac{g^\sigma}{2\pi} \right)^2 \int_0^1 dz \int_{T_{ab}^{*2}}^{\Lambda^2} dQ' \frac{Q' - T_a^{*2}}{Q'^2} (Q' - 2T_a^{*2}) \\
&= \lim_{\Lambda^2 \rightarrow +\infty} - \left( \frac{g^\sigma}{2\pi} \right)^2 \int_0^1 dz \left[ \Lambda^2 - 3T_a^{*2} \ln \left| \frac{\Lambda^2}{T_a^{*2}} \right| \right]
\end{aligned} \tag{C215}$$

$\omega$ -meson

$$\begin{aligned}
\Pi_{aF}^\omega(R) &= \lim_{\Lambda^2 \rightarrow +\infty} + \left( \frac{g^\omega}{2\pi} \right)^2 \frac{2}{3} \int_0^1 dz \int_{T_{ab}^{*2}}^{\Lambda^2} dQ' \frac{Q' - T_a^{*2}}{Q'^2} (Q' - 2T_a^{*2} + 3M_a^{*2}) \\
&= \lim_{\Lambda^2 \rightarrow +\infty} + \left( \frac{g^\omega}{2\pi} \right)^2 \frac{2}{3} \int_0^1 dz \left[ \Lambda^2 - 3z(1-z)R^2 \ln \left| \frac{\Lambda^2}{T_a^{*2}} \right| \right]
\end{aligned} \tag{C216}$$



$\pi$ -meson , pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}\Pi_{aF}^{\pi^c}(R) &= \lim_{\Lambda^2 \rightarrow \infty} + (1 + \delta_{ab}) \left( \frac{g^\pi}{2\pi} \right)^2 \int_0^1 dz \int_{T_{ab}^{*2}}^{\Lambda^2} dQ' \frac{Q' - T_{ab}^{*2}}{Q'^2} (Q' - 2T_{ab}^{*2} + 2M_a^* M_b^*) \\ &= \lim_{\Lambda^2 \rightarrow \infty} + (1 + \delta_{ab}) \left( \frac{g^\pi}{2\pi} \right)^2 \int_0^1 dz \left[ \Lambda^2 - (3T_{ab}^{*2} - 2M_a^* M_b^*) \ln \left| \frac{\Lambda^2}{T_{ab}^{*2}} \right| \right] \quad (C217)\end{aligned}$$

$z$  積分の被積分関数に発散項が含まれている。この発散を処理するために、被積分関数を  $f^*(R)$  と置いて  $\rho = 0$  の回りで展開する。

$\sigma$ -meson

$$f^{\sigma^*}(R) = f^\sigma(R) + \Sigma \left( \frac{\partial f^{\sigma^*}}{\partial \Sigma} \right)_{\rho=0, R^2=-m_\sigma^2} + \frac{\Sigma^2}{2} \left( \frac{\partial^2 f^{\sigma^*}}{\partial \Sigma^2} \right)_{\rho=0, R^2=-m_\sigma^2} + \Delta_1^\sigma \quad (C218)$$

$$f^\sigma(R) = f^\sigma(R)_{R^2=-m_\sigma^2} + x \left( \frac{\partial f^\sigma}{\partial x} \right)_{R^2=-m_\sigma^2} + \Delta_2^\sigma \quad (C219)$$

$\omega$ -meson

$$\begin{aligned}f^{\omega^*}(R) &= f^\omega(R) + \Delta^\omega \\ &= f^\omega(R)_{R^2=-m_\omega^2} + x \left( \frac{\partial f^\omega}{\partial x} \right)_{R^2=-m_\omega^2} + \Delta^\omega \quad (C220)\end{aligned}$$

繰り込み後の式

$\sigma$ -meson

$$\begin{aligned}\Pi_{saF}^\sigma(R_0, R) &= - \left( \frac{g^\sigma}{2\pi} \right)^2 \int_0^1 dz \\ &3 \left[ T_a^{*2} \ln \frac{T_a^{*2}}{T_{\sigma_a}^2} + M_a^2 - M_a^{*2} - z(1-z)(R_\mu^2 + m_\sigma^2) - 2 \frac{(M_a \Sigma_{sa})^2}{T_{\sigma_a}^2} \right] \quad (C221)\end{aligned}$$



$\omega$ -meson

$$\Pi_a^\omega(R_0, R) = -\left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \int_0^1 dz \left\{ +2z(1-z) \left[ -R_\mu^2 \ln \frac{T_{\omega_a}^2}{T_a^{*2}} + z(1-z)m_\omega^2 \frac{R_\mu^2 + m_\omega^2}{T_{\omega_a}^2} \right] \right\} \quad (\text{C222})$$

$$\begin{cases} T_a^{*2} = M_a^{*2} + z(1-z)R_\mu^2 \\ T_{\alpha_a}^2 = M_a^2 - z(1-z)m_\alpha^2 \end{cases}, \quad (\alpha = \sigma, \omega, \pi, \rho, \dots) \quad (\text{C223})$$

### C.4.3 Form Factor

$$\begin{aligned} \Pi_{f(n)}^\alpha(R) &= (-i) \int \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Gamma^\alpha G_a^F(u) \Gamma^\alpha G_b^F(u+R)] F(u)^2 \\ F(u) &= \left( \frac{1}{1+u^2/\Lambda^2} \right)^n = \left( \frac{\Lambda^2}{u^2 + \Lambda^2} \right)^n \end{aligned} \quad (\text{C224})$$

$\sigma$ -meson

$$\Pi_{s_a f(n)}^\sigma(R_0, R) = -\left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^1 dx \int_0^x dy (1-x)^{2n-1} \left(\frac{\Lambda^2}{T_a^{*2}}\right)^{2n} \left(\frac{2}{2n-1} T_a^{*2} - M_a^{*2} - S(C)_{25}\right)$$

$\omega$ -meson

$$\Pi_{a f(n)}^\omega(R_0, R) = -\left(\frac{g^\omega}{2\pi}\right)^2 \int_0^1 dx \int_0^x dy (1-x)^{2n-1} \left(\frac{\Lambda^2}{T_a^{*2}}\right)^{2n} \frac{2}{3} \left(\frac{2}{2n-1} T_a^{*2} + 2M_a^{*2} - (S(C)_{26})\right)$$

## C.5 核物質中の中間子の有効質量

$$R_\lambda^2 + m_\alpha^2 + \Pi^\alpha(R_0, R) = 0 \quad (\text{C227})$$



を満たす  $R_0$  と  $R$  の組は meson のエネルギー・スペクトラムを表している。式 (C227) の中で、 $R \rightarrow 0$  の極限で  $R_0$  について逆解きしたものが中間子の有効質量である。つまり、

$$-R_0^2 + m_\alpha^2 + \Pi^\alpha(R_0, 0) = 0 \quad (\text{C228})$$

$R_0 = m_\alpha^*$  とすると、

$$m_\alpha^{*2} = m_\alpha^2 - \Pi^\alpha(m_\alpha^*, 0) \quad (\text{C229})$$

さて、vector meson については *longitudinal component* と *transverse component* の 2 成分があるが、どちらを使って有効質量を計算するかは議論の余地がある。なぜなら、Feynman part では  $\Pi_{\ell F} = \Pi_{tF}$  で問題がないが、Real part では  $\Pi_{\ell R}$  と  $\Pi_{tR}$  では、 $R \rightarrow 0$  での極限值が異なるからである。一般には  $\Pi_{tR}$  を使う



## C.6 核力の計算

### C.6.1 湯川型 Potential

meson の propagator をフーリエ変換すると核力のポテンシャルになる。ここでは、meson の free の propagator をフーリエ変換を行う。

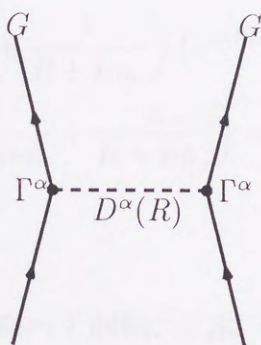


図 21: 核子-核子間を伝播する中間子

$$V^\alpha(r) = + \int \frac{d^3 R}{(2\pi)^3} \Gamma^\alpha D_0^\alpha(0, R) \Gamma^\alpha e^{+i\mathbf{R}r} \quad (\text{C230})$$

$\sigma$ -meson を例に計算を行ってみる。

$$V^\sigma(r) = + \int \frac{d^3 R}{(2\pi)^3} \Gamma^\sigma D_0^\sigma(0, R) \Gamma^\sigma e^{+i\mathbf{R}r} \quad (\text{C231.1})$$

$$= -g^{\sigma^2} \int \frac{d^3 R}{(2\pi)^3} \frac{1}{R^2 + m_\sigma^2} e^{+i\mathbf{R}r} \quad (\text{C231.2})$$

ここで、 $d^3 R = 2\pi R^2 dR d\chi$  ,  $\mathbf{R}r = Rr\chi$ なので、

$$V^\sigma(r) = -g^{\sigma^2} \frac{2\pi}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} dR \frac{R^2}{R^2 + m_\sigma^2} \int_{-1}^{+1} d\chi e^{+iRr\chi}$$



$$\begin{aligned}
&= -\left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^{+\infty} dR \frac{R^2}{R^2 + m_\sigma^2} \frac{e^{+iRr} - e^{-iRr}}{iRr} \\
&= +i\left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_0^{+\infty} dR \frac{R^2}{2R^2 r} \left(\frac{1}{R - im_\sigma} + \frac{1}{R + im_\sigma}\right) (e^{+iRr} - e^{-iRr}) \quad (\text{C231.3})
\end{aligned}$$

この式は  $R \rightarrow -R$  としても対称になっているので、

$$\begin{aligned}
&= +\frac{i}{4r} \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dR \left(\frac{1}{R - im_\sigma} + \frac{1}{R + im_\sigma}\right) (e^{+iRr} - e^{-iRr}) \\
&= +\frac{i}{4r} \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \left[ \int_{C_u} dR e^{+iRr} \left(\frac{1}{R - im_\sigma} + \frac{1}{R + im_\sigma}\right) - \int_{C_d} dR e^{-iRr} \left(\frac{1}{R - im_\sigma} + \frac{1}{R + im_\sigma}\right) \right]
\end{aligned}$$

$C_u$  は複素平面の上面を左回り正の方向へ 1 回転、 $C_d$  は下面を右回り負の方向へ 1 回転す

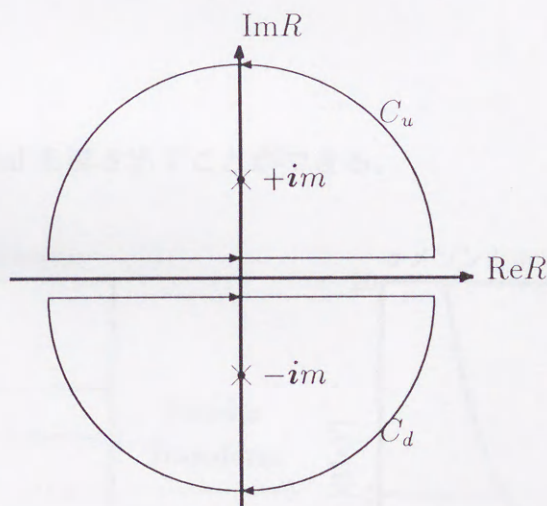


図 22: 変数  $R$  の積分経路  $C_u$ ,  $C_d$

る積分経路である。よって先ほどの積分は留数の定理を使って、

$$\begin{aligned}
V^\sigma(r) &= +\frac{i}{4r} \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 \\
&\quad \left\{ 2\pi i \text{Res} \left[ e^{+iRr} \frac{1}{R - im_\sigma} \right]_{R=im_\sigma} + 2\pi i \text{Res} \left[ e^{-iRr} \frac{1}{R + im_\sigma} \right]_{R=-im_\sigma} \right\}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= +\frac{i}{4r} \left(\frac{g^\sigma}{2\pi}\right)^2 4\pi i e^{-m_\sigma r} \\
&= -\frac{g^{\sigma^2}}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma r}}{r}
\end{aligned} \tag{C231.4}$$

同様にして、 $\omega$ -meson の計算は、

$$V^\omega(r) = + \int \frac{d^3 R}{(2\pi)^3} \Gamma_\mu^\omega D_{\mu\nu 0}^\omega(0, R) \Gamma_\nu^\omega e^{i\mathbf{R}r} \tag{C232.1}$$

$$\begin{aligned}
&= + \int \frac{d^3 R}{(2\pi)^3} (ig^\omega \gamma_\mu)(ig^\omega \gamma_\nu) D_{\mu\nu 0}^\omega(0, R) e^{i\mathbf{R}r} \\
&= +g^{\omega^2} \int \frac{d^3 R}{(2\pi)^3} \frac{3}{R^2 + m_\omega^2} e^{i\mathbf{R}r}
\end{aligned} \tag{C232.2}$$

$$= +3 \frac{g^{\omega^2}}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega r}}{r} \tag{C232.3}$$

こうして、湯川型の Potential を導き出すことができる。

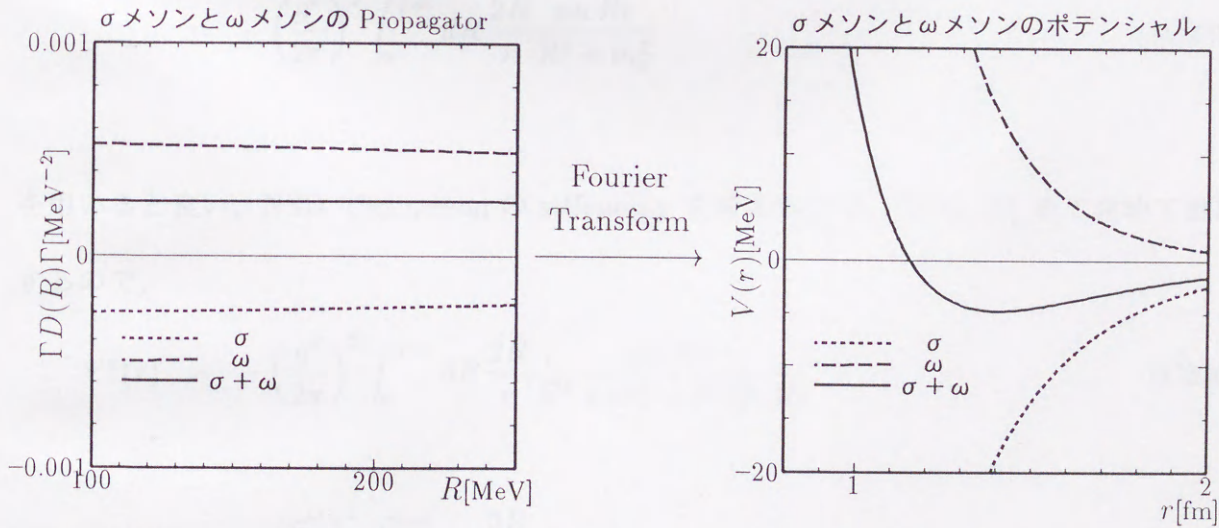


図 23:  $\sigma$  ,  $\omega$  中間子の伝播関数のフーリエ変換

他の中間子の  $\Gamma^\alpha D \Gamma^\alpha$  の計算



$\pi$ -meson , pseudo scalar 型

$$\begin{aligned}\Gamma^{\pi ps} D_0^{\pi ps} \Gamma^{\pi ps} &= (+ig^\pi \gamma_5) D_0^{\pi ps} (+ig^\pi \gamma_5) \\ &= -(g^\pi)^2 D^{\pi ps}\end{aligned}\quad (C233)$$

$\pi$ -meson , pseudo vector 型

$$\begin{aligned}\Gamma^{\pi pv} D_0^{\pi pv} \Gamma^{\pi pv} &= \left( +i \frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \right) D_0^{\pi pv} \left( -i \frac{f^\pi}{m_\pi} \not{R} \gamma_5 \right) \\ &= + \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 (\not{R} \gamma_5 \not{R} \gamma_5) D_0^{\pi pv} = - \left( \frac{f^\pi}{m_\pi} \right)^2 R^2 D_0^{\pi pv}\end{aligned}\quad (C234)$$

### C.6.2 NSD での核力

数値積分を行う場合は、角度積分 ( $\chi$  積分) まで行った後の形、

$$\begin{aligned}V^\sigma(r) &= - \left( \frac{g^\sigma}{2\pi} \right)^2 \int_0^{+\infty} dR \frac{R}{ir} \frac{e^{+iRr} - e^{-iRr}}{R^2 + m_\sigma^2} \\ &= - \left( \frac{g^\sigma}{2\pi} \right)^2 \int_0^{+\infty} dR \frac{2R}{r} \frac{\sin Rr}{R^2 + m_\sigma^2}\end{aligned}\quad (C235)$$

を用いると良い。NSD では meson の selfenergy を考えるので、 $\Pi(R_0, R)$  まで含めて計算するので、

$$V^\sigma(r) = - \left( \frac{g^\sigma}{2\pi} \right)^2 \int_0^{+\infty} dR \frac{2R}{r} \frac{\sin Rr}{R^2 + m_\sigma^2 + \Pi^\sigma(0, R)} \quad (C236)$$

$$\begin{aligned}V^\omega(r) &= + \left( \frac{g^\omega}{2\pi} \right)^2 \int_0^{+\infty} dR \frac{2R}{r} \sin Rr \\ &\quad \left[ \frac{1}{R^2 + m_\omega^2 + \Pi_\ell^\omega(0, R)} + \frac{2}{R^2 + m_\omega^2 + \Pi_t^\omega(0, R)} \right]\end{aligned}\quad (C237)$$